Тот же результат получается, если уравнения (5,6а)—(5,6г) разрешить относительно нештрихованных величин.

Важность следствий, проистекающих из преобразований Лоренца, заставляет нас еще раз подчеркнуть, что в основу их вывода положен лишь принцип относительности Эйнштейна, принцип постоянства предельной скорости распространения взаимодействий и допущение об однородности всех точек пространства и времени. Эти положения в настоящее время подтверждены огромным опытным материалом и их обоснованность не подлежит сомнению.

Замечательной особенностью преобразований Лоренца является то, что при относительных скоростях движения, малых по сравнению со скоростью света, они переходят в преобразования Галилея. Действительно, при $v \ll c$ можно пренебречь величинами второго порядка малости, содержащими $\left(\frac{v}{c}\right)^2$, и написать

$$x \approx x' + vt, \qquad t' \approx t,$$

что совпадает с формулами (2,2) и (2,3).

Таким образом, в предельном случае $v \ll c$ законы преобразований теории относительности и классической механики совпадают. Это означает, что теория относительности не отвергает преобразования Галилея как неправильные, но включает их в истинные законы — преобразования Лоренца — как частный случай, справедливый при скоростях движения, малых по сравнению со скоростью света.

В дальнейшем мы увидим, что это отражает общую взаимосвязь между теорией относительности и классической физикой. Законы и соотношения теории относительности переходят в законы классической физики в предельном случае малых (по сравнению со скоростью света c) скоростей.

§ 6. Следствия из преобразований Лоренца. Пространственные и временны́е промежутки

Преобразования Лоренца приводят к выводам, коренным образом противоречащим привычным представлениям о свойствах пространства и времени, сложившимся на основе повседневного опыта и сформулированным нами в § 2. Действительно, из преобразований Лоренца непосредственно вытекает, что понятия пространственного и временно́го промежутков являются относительными. Иными словами, понятия «размер тела» или «время, прошедшее между двумя физическими явлениями», не имеют абсолютного характера и различны для разных систем отсчета.

Рассмотрим прежде всего понятие пространственной протяженности (длины). Пусть в некоторой системе K' покоится не-которое тело, которое мы в дальнейшем будем именовать масштабом. На масштаб не действуют какие-либо силы, которые могут его деформировать и изменить его размеры. Длину масштаба в направлении движения (оси x') обозначим через L_0. Эту длину, измеренную в той системе отсчета, в которой масштаб покоится (система K'), мы будем называть собственной длиной масштаба. С помощью преобразований Лоренца найдем длину масштаба в системе отсчета K, т. е. длину масштаба, движущегося относительно системы K со скоростью v. Пусть в системе K' координаты начала и конца масштаба будут соответственно x_1' и x_2'. Найдем эти координаты в системе K.

Поскольку масштаб движется относительно системы отсчета K, для измерения его размеров необходимо зафиксировать координаты его начала и конца в один и тот же момент времени, измеренного в системе отсчета K. Для фактического осуществления этого измерения можно было бы зафиксировать в момент времени t положения начала и конца масштаба с помощью светового сигнала, выходящего из системы K'.

Пусть в некоторый момент времени t в системе K начало и конец масштаба имеют координаты x_1 и x_2. С помощью формулы (5.6а) находим

$$x_2' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \qquad x_1' = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Вычитая, имеем

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

или, обозначая разность координат начала и конца масштаба (длину масштаба в системе K) через L, получаем

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{6,1}$$

Мы видим, что длина масштаба, движущегося со скоростью v по отношению к системе отсчета K, оказывается меньшей, чем его собственная длина в $1 : \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ раз. Это сокращение размеров тела часто именуется лоренцевым сокращением. Поскольку размеры масштаба в направлении, перпендикулярном к скорости, остаются неизменными, объем масштаба оказывается связанным с его собственным объемом формулой

$$V = V_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{6,2}$$

Таким образом, длина и объем масштаба, не подверженного действию внешних сил, оказываются величинами, имеющими относительное значение. Иными словами, утверждение: расстояние между двумя точками пространства равно L, — не имеет смысла без указания, к какой системе отсчета отнесена эта величина. Расстояние между двумя точками зависит от движения системы отсчета.

В классической физике абсолютный характер понятия длины масштаба считался чем-то само собой разумеющимся. В этом состоит фундаментальное различие во взглядах на свойства пространства в теории относительности и классической физике.

Следует иметь в виду, что обе системы отсчета, K и K', являются совершенно равноправными. Поэтому если масштаб покоится в системе K, то его длина в системе K' будет меньше, чем в системе K в том же отношении. Имеется полная взаимность между обеими системами отсчета. В этом можно убедиться непосредственным вычислением с помощью формул преобразования Лоренца (5,7а)—(5,7г).

Нетрудно показать, что отрицательный результат опыта Майкельсона автоматически следует из наличия лоренцева сокращения. Действительно, при прохождении света вдоль направления движения Земли и в обратном направлении, с точки зрения неподвижного наблюдателя (к которому относится все рассуждение § 3), длина l должна быть уменьшена в $1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ раз. При этом время T_1 прохождения лучом света полного пути равно, с точки зрения неподвижного наблюдателя,

$$T_1 = \frac{2l}{c}\frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} = \frac{2l}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Соответственно, разность времен

$$T_2 - T_1 = 0.$$

Необходимо подчеркнуть, что сокращение длины — сжатие тела в направлении движения — имеет чисто кинематический характер. В теле не возникает каких-либо внутренних напряжений, вызывающих деформацию тела. В этом смысле можно говорить о «твердом» или, точнее, недеформируемом теле в теории относительности. С другой стороны, понятие абсолютно твердого тела несовместимо с выводами теории относительности. Действительно, если допустить существование абсолютно твердого тела, т. е. тела с неизменными расстояниями между всеми образующими его частицами, то такое тело можно было бы использовать для передачи взаимодействия с какой угодно большой скоростью. Удар по одному его концу передавался бы к другому концу с бесконечно большой скоростью. Поэтому говорят, что с точки зрения теории относительности невозможно допустить существование абсолютно твердых тел, даже как некоторой идеализации.

Такому же фундаментальному изменению подвергается в теории относительности представление о времени.

Пусть в некоторой точке x' в системе K' происходит некоторый физический процесс в течение промежутка времени

$$\Delta t_0 = t'_2 - t'_1,$$

где t'_1 и t'_2 время начала и конца процесса. Тогда в системе K для моментов t_1 и t_2 можно написать

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \qquad t_1 = \frac{t'_1 + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Вычитая, находим промежуток времени, прошедший от начала до конца процесса в системе K:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{6,3}$$

Время Δt_0, измеренное в системе отсчета, движущейся вместе с телом, в котором происходит процесс, называется собственным временем.

Формула (6,3) показывает, что собственное время Δt_0 между двумя физическими событиями меньше, чем время, прошедшее между этими событиями в системе K в $1 : \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ раз.

В теории относительности принято обычно говорить о сравнении хода часов в различных инерциальных системах отсчета. При этом под часами понимают произвольный периодический процесс. Тогда можно сказать, что время, показываемое часами, зависит от скорости их движения. Движущиеся относительно некоторой системы отсчета часы, с точки зрения этой системы, идут медленнее, чем часы, покоящиеся в этой системе отсчета (но совершенно идентичные с движущимися).

Таким образом, в отличие от ньютоновской физики, течение времени оказывается зависящим от состояния движения. Не существует универсального мирового времени, и понятие промежутка времени между двумя физическими событиями оказывается относительным. Необходимо тут же подчеркнуть, что имеется полная взаимность между системами отсчета K и K'. Предыдущие рассуждения можно было бы обратить. Если физический процесс происходит в точке x в системе K и имеет длительность Δt, то в системе K' он будет иметь длительность

$$\Delta t' = \frac{t_2 - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

как это видно из преобразований Лоренца (5,6а)—(5,6г).

Формула (6,3) для изменения хода часов была проверена на опыте несколькими способами. Наиболее наглядным из них является следующий. В космических лучах наблюдается распад положительного μ^+-мезона и отрицательного μ^--мезона (с массой 215 электронных масс) на позитрон (электрон) и два нейтрино. При этом наблюдался распад μ-мезонов как заторможенных почти до полной остановки, так и на лету, когда они движутся со скоростью, близкой к скорости света. Времена жизни покоящегося и движущегося мезонов связаны релятивистским соотношением

$$\tau_{\text{движ}} = \frac{\tau_{\text{пок}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Поскольку v близко к скорости света, $\tau_{\text{движ}}$ должно быть значительно больше $\tau_{\text{пок}}$.

Ряд экспериментальных методов позволяет определить значение $\tau_{\text{пок}}$, которое оказалось равным $2 \cdot 10^{-6}$ *сек*. Если бы время жизни мезонов не зависело от скорости, они пролетали бы путь, равный $v \cdot \tau_{\text{пок}} \approx 600$ *м* (при $v \approx c$). В действительности, как показывают измерения, мезоны распадаются, пройдя путь около 20 *км*. Такому пробегу отвечает время жизни

$$\tau_{\text{движ}} = \frac{20\ \text{км}}{c} \approx 7 \cdot 10^{-5}\ \text{сек} \approx 50\tau_{\text{пок}}.$$

Релятивистское изменение времени жизни оказывается в этом случае весьма большим эффектом.

Естественно, возникают два вопроса: во-первых, почему до появления теории относительности вся совокупность имевшихся опытных фактов находилась в согласии с ньютоновскими представлениями об абсолютном характере длины тела и о едином мировом времени и, во-вторых, являются ли сокращение размеров движущихся тел и замедление хода движущихся часов реальными или кажущимися.

Ответ на первый вопрос весьма прост. До опытов, имевших своей целью обнаружение движения Земли относительно эфира, физики не сталкивались с процессами, происходящими с такими объектами, которые двигались со скоростью, сравнимой со скоростью света c. Иными словами, скорости всех тел, наблюдавшихся в физике до открытия электрона, были малы по сравнению со скоростью света.

При скоростях движения, малых по сравнению со скоростью света, можно с достаточной степенью точности пользоваться старыми представлениями о пространстве и времени. Более того, к моменту создания Эйнштейном теории относительности опыт Майкельсона был единственным бесспорным указанием на недостаточность классической физики. Как будет видно из последующего, за истекшие 50 с лишним лет ситуация коренным образом изменилась. Теория относительности стала одной из основ современной теоретической и ряда областей экспериментальной физики. Многочисленные опытные подтверждения теории относительности будут частично рассмотрены ниже. В частности, атомная и особенно ядерная физика, как правило, изучают процессы и поведение движущихся частиц, скорости которых весьма близки к скорости света. Все основные соотношения теории относительности широко используются в ядерной физике для чисто практических расчетов. Некоторые из них будут приведены ниже.

Переходя ко второму из поставленных вопросов, следует подчеркнуть, что весьма распространенные формулировки «кажущееся сокращение масштаба» и «кажущееся изменение хода часов» является неудачными. Обычно авторы стремятся термином «кажущееся» подчеркнуть чисто кинематический характер сокращения. Вместе с тем, сокращение масштаба и замедление хода часов представляют реальный и объективный факт, отнюдь не связанный с какими-либо иллюзиями наблюдателя. Само собой разумеется, что все значения длины данного масштаба или промежутков времени, полученные в различных системах отсчета, являются равноправными. Все они «правильные». Трудность понимания этих утверждений связана исключительно с нашей привычкой считать понятия длины и промежутка времени абсолютными понятиями, когда в действительности они суть понятия относительные. Поэтому также бессмысленно спрашивать, какая длина масштаба является истинной, а какая — кажущейся, как бессмысленно говорить: «в действительности данное тело движется (или покоится)». Понятия длины и промежутка времени столь же относительны, как и понятия движения и покоя.

Истинный характер сжатия движущегося масштаба можно проиллюстрировать следующим примером. Пусть имеются два заряженных тела. Если одно из тел, например A, движется вместе с системой K', то с точки зрения системы K его продольные (по отношению к направлению движения) размеры испытают сокращение, поперечные останутся неизменными.

Взаимодействие между телами A и $Б$ отвечает взаимодействию между заряженными сферой $Б$ и эллипсоидом A. При этом с точки зрения системы K' тело $Б$ является сферой, а тело A — эллипсоидом. С точки зрения системы K тело A остается сферой, а тело $Б$ превращается в эллипсоид. Однако величина взаимодействия A — $Б$ будет одной и той же в обеих системах отсчета.

Пример расчета взаимодействия между быстро движущимися электрическими зарядами будет разобран в § 20.

§ 7. Закон сложения скоростей Эйншейна и преобразование углов

Важным следствием преобразований Лоренца является релятивистский закон сложения скоростей, который в теории относительности заменяет закон сложения скоростей Галилея.

Проще всего найти его, записав формулы преобразования Лоренца для дифференциалов пространственных координат и времени:

$$
\begin{aligned}
dx &= \frac{dx' + v\,dt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\\
dy &= dy',\\
dz &= dz',\\
dt &= \frac{dt' + \frac{v\,dx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.
\end{aligned}
$$

Пусть x', y', z' — координаты материальной точки, движущейся в системе координат K'. Компоненты скорости материальной точки в системе K' будут

$$
u'_x = \frac{dx'}{dt'}; \quad u'_y = \frac{dy'}{dt'}; \quad u'_z = \frac{dz'}{dt'},
$$

а в системе K

$$
u_x = \frac{dx}{dt}; \quad u_y = \frac{dy}{dt}; \quad u_z = \frac{dz}{dt}.
$$