заряженных тела. Если одно из тел, например A, движется вместе с системой K', то с точки зрения системы K его продольные (по отношению к направлению движения) размеры испытают сокращение, поперечные останутся неизменными.

Взаимодействие между телами A и $Б$ отвечает взаимодействию между заряженными сферой $Б$ и эллипсоидом A. При этом с точки зрения системы K' тело $Б$ является сферой, а тело A — эллипсоидом. С точки зрения системы K тело A остается сферой, а тело $Б$ превращается в эллипсоид. Однако величина взаимодействия A — $Б$ будет одной и той же в обеих системах отсчета.

Пример расчета взаимодействия между быстро движущимися электрическими зарядами будет разобран в § 20.

§ 7. Закон сложения скоростей Эйнштейна и преобразование углов

Важным следствием преобразований Лоренца является релятивистский закон сложения скоростей, который в теории относительности заменяет закон сложения скоростей Галилея.

Проще всего найти его, записав формулы преобразования Лоренца для дифференциалов пространственных координат и времени:

$$dx = \frac{dx' + v\,dt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

$$dy = dy',$$

$$dz = dz',$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{v\,dx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Пусть x', y', z' — координаты материальной точки, движущейся в системе координат K'. Компоненты скорости материальной точки в системе K' будут

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}; \quad u'_y = \frac{dy'}{dt'}; \quad u'_z = \frac{dz'}{dt'},$$

а в системе K

$$u_x = \frac{dx}{dt}; \quad u_y = \frac{dy}{dt}; \quad u_z = \frac{dz}{dt}.$$

Разделив дифференциалы координат на дифференциал времени, находим

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \tag{7,1}$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{u'_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}, \tag{7,2}$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{u'_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}. \tag{7,3}$$

Формулы (7,1)—(7,3) носят названия закона сложения скоростей Эйнштейна. Они заменяют формулы сложения скоростей классической механики (2,1).

При $v \ll c$ закон сложения скоростей Эйнштейна непосредственно переходит в (2,1), поскольку при этом

$$1 + \frac{u'_x v}{c^2} \approx 1,$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1.$$

Из формул (7,1) и (7,2), как это, впрочем, и следовало ожидать, вытекает, что скорость света c является предельной скоростью. Если, например, частица в системе K' движется вдоль оси x со скоростью $u = u'_x = c$, то в неподвижной системе K ее скорость

$$u = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = c.$$

Если частица в системе K' движется со скоростью меньшей, чем скорость света, например,

$$u' = u'_x = c - \alpha \qquad (\alpha > 0),$$

а система K' движется относительно K со скоростью $v = c - \beta$ $(\beta > 0)$, то скорость частицы по отношению к неподвижной системе K равна

$$u = \frac{(2c - \alpha - \beta)\, c}{2c - \alpha - \beta + \frac{\alpha\beta}{c}} < c.$$

Таким образом, сумма двух скоростей, каждая из которых меньше скорости света c, всегда будет меньше скорости света. Сумма двух скоростей, одна из которых равна, а другая меньше скорости света, равна скорости света.

Из закона сложения скоростей непосредственно следует, что величина угла имеет относительное значение и изменяется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Поскольку

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{u_y}{u_x},$$

где θ — угол, образуемый вектором скорости частицы с осью x, из (7,2) и (7,1) находим

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{u'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdot\sin\theta'}{v+u'\cos\theta'}, \tag{7,4}$$

где $u'_x=u'\cos\theta'$, $u'_y=u'\sin\theta'$.

Последняя формула выражает закон преобразования углов в теории относительности. Она связывает углы θ' и θ, образуемые вектором скорости с осями x' и x соответственно.

В заключение следует подчеркнуть, что под скоростью тела v следует понимать такую скорость, с которой может перемещаться некоторое реальное тело или распространяться реальный процесс взаимодействия (сигнал). Можно представить себе, не входя в противоречие с теорией относительности, процессы, имеющие скорость, превышающую скорость c, но имеющие кинематический характер и не могущие переносить тела или осуществлять взаимодействия.

Рассмотрим, например, скорость движения воображаемой точки a, в которой пересекается линейка A с линейкой B, при вращении линейки B. Если угол α как угодно мал, а длина подвижной линейки как угодно велика, скорость движения точки a также может быть как угодно велика. Однако движение воображаемой точки пересечения линеек не сопровождается переносом энергии и не может служить способом передачи сигналов и взаимодействий.

§ 8. Одновременность, близко- и дальнодействие

Пусть в некоторой инерциальной системе отсчета K' в точках x'_1 и x'_2 в некоторый момент времени t' одновременно произошли два физических события. С точки зрения классической физики два события, являющиеся одновременными в одной системе отсчета, происходят одновременно во всех других инерциальных системах отсчета.