Следует подчеркнуть, что представление об относительности одновременности было с самого начала положено в основу теории относительности (в виде принципа конечности предельной скорости распространения взаимодействий) и его можно рассматривать лишь как наглядный пример внутренней согласованности теории.

§ 9. Абсолютные величины в теории относительности. Интервал и собственное время

Теория относительности разрушила учение классической физики об абсолютном характере пространства и времени.

Относительный характер пространственных и временны́х промежутков казался настолько парадоксальным, что авторы ряда многочисленных популярных изложений теории относительности, появившихся в особенности в 20-х годах, передавали идейное содержание теории относительности хлестким, но абсолютно неверным афоризмом: «Теория относительности показала, что все в мире относительно».

В действительности дело обстоит как раз наоборот. Задача, которую ставит перед собой теория относительности, заключается в нахождении абсолютных, не зависящих от выбора инерционной системы отсчета законов природы [1].

Таким образом, теория относительности отнюдь не отрицает существование абсолютных величин и понятий. Она устанавливает лишь, что ряд понятий, считавшихся в классической физике абсолютными, например, величины пространственных и временны́х промежутков, в действительности являются относительными.

В связи с этим часто высказывалось мнение, что само название «теория относительности» неудачно, так как оно не отражает содержания этого раздела физики. Указывалось, например, что с бо́льшим правом теорию относительности можно было бы именовать «теорией физической инвариантности». Нужно, однако, иметь в виду, что в момент возникновения теории относительности ее критическая сторона — установление относительности пространственных и временны́х промежутков — представлялась более существенной и новой.

Задача о нахождении абсолютного выражения законов природы тесно связана с нахождением инвариантных, абсолютных величин. Первой из таких величин является универсальная скорость распространения взаимодействия — скорость света c. Другой, также весьма важной инвариантной величиной, является так называемый интервал.

---

[1] В общей теории относительности, которую мы лишены возможности изложить в рамках этой книги, задача о нахождении абсолютных законов природы расширяется на любые системы отсчета.

Понятие интервала в теории относительности является обобщением обычных понятий интервала (т. е. расстояния) между двумя точками и интервала (т. е. промежутка времени) между двумя событиями. Пусть в точке пространства с координатами (x, y, z) в момент времени t происходит некоторое физическое явление, которое мы будем именовать событием. В другой точке x_1, y_1, z_1 в момент времени t_1 происходит другое событие. Тогда интервалом между обоими событиями называется величина

$$s=\sqrt{c^2(t_1-t)^2-(x_1-x)^2-(y_1-y)^2-(z_1-z)^2}. \qquad (9,1)$$

Инвариантность интервала относительно преобразования Лоренца может быть проверена непосредственным вычислением. В движущейся системе координат K' имеем

$$s'=\sqrt{c^2(t_1'-t')^2-(x_1'-x')^2-(y_1'-y')^2-(z_1'-z')^2}.$$

Очевидно,

$$(x_1'-x')^2=\frac{(x_1-x)^2+v^2(t_1-t)^2-2v(x_1-x)(t_1-t)}{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

$$c^2(t_1'-t')^2=\frac{c^2(t_1-t)^2-2v(x_1-x)(t_1-t)+\frac{v^2}{c^2}(x_1-x)^2}{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

$$(y_1'-y')^2=(y_1-y)^2,$$

$$(z_1'-z')^2=(z_1-z)^2.$$

Подстановка этих выражений в s' после элементарных вычислений дает

$$s'=s.$$

Таким образом, утверждение: «два физических события разделены интервалом s» имеет абсолютный характер. Оно справедливо во всех инерциальных системах отсчета.

Часто рассматривают интервал между двумя событиями, происходящими в бесконечно близких точках через бесконечно малое время. В этом случае интервал между двумя событиями равен

$$ds=\sqrt{c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2}. \qquad (9,2)$$

Величи́на интервала s может быть как вещественной, так и мнимой, в зависимости от знака подкоренного выражения.

Рассмотрим сначала случай вещественного интервала

$$c^2(\Delta t)^2>(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2.$$

При этом всегда можно найти такую систему отсчета, в которой два события происходят в одном месте. Для этого необходимо, чтобы имело место условие

$$\sqrt{c^2(\Delta t)^2-(\Delta x)^2-(\Delta y)^2-(\Delta z)^2}=c\,\Delta t'.$$

В принципе оно всегда может быть выполнено при вещественном значении подкоренного выражения. Поэтому вещественные интервалы получили название «времениподобных интервалов». Очевидно, в частности, что если два события происходят с одной и той же физической системой, то интервал между этими событиями имеет времениподобный характер. Действительно, за время Δt между двумя последовательными событиями система может пройти путь

$$\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2}<c\,\Delta t,$$

поскольку ее скорость всегда меньше скорости света. В виде примера времениподобного интервала можно привести интервал между двумя событиями, представляющими последовательные показания одних и тех же часов.

Мнимый интервал носит название «пространственноподобного». Если два события разделены пространственноподобным интервалом, то всегда можно найти систему отсчета, в которой они происходят в один и тот же момент времени. Для этого необходимо, чтобы выполнялось равенство

$$\sqrt{c^2(\Delta t)^2-(\Delta x)^2-(\Delta y)^2-(\Delta z)^2}=i\,[(\Delta x')^2+(\Delta y')^2+(\Delta z')^2],$$

которое всегда может иметь место при отрицательном значении подкоренного выражения слева.

Вернемся теперь к определению собственного времени и покажем, что оно, так же как и интервал, является инвариантной, абсолютной величиной.

Пусть дана инерциальная система отсчета K'. В некоторой точке x', y', z' происходят два последовательных события, разделенных промежутком времени dt_0. Подчеркнем, что время t_0 измеряется часами, покоящимися в системе K', как говорят, собственными часами системы K', а время dt_0 является собственным временем, прошедшим между двумя событиями. Интервал между указанными двумя событиями равен, по определению,

$$ds=\sqrt{c^2(dt_0)^2-(dx')^2-(dy')^2-(dz')^2}=c\,dt_0.$$

Таким образом, собственное время связано с интервалом соотношением

$$dt_0=\frac{ds}{c} \tag{9,3}$$

и является инвариантом.

Собственное время можно выразить через время в произвольной системе отсчета dt, т. е. через время, измеренное часами, движущимися по отношению к K' со скоростью $(-v)$, подставляя в (9,3) выражение для ds:

$$dt_0 = \frac{1}{c}\sqrt{c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} =$$

$$= dt\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left\{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right\}} = dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \qquad (9,4)$$

Конечный промежуток собственного времени t_0 равен

$$t_0 = \int_0^t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,dt. \qquad (9,5)$$

Следует подчеркнуть, что формула (9,5) выведена для случая движения часов вместе с инерциальной системой отсчета, т. е. движения с постоянной скоростью.

Часто формулу (9,5) применяют к ускоренному движению, считая v функцией времени. Нужно, однако, иметь в виду, что в специальной теории относительности не может рассматриваться ускоренное движение систем отсчета. Поэтому величина t_0, определенная формулой (9,5), в случае ускоренного движения не имеет смысла собственного времени, но является удобной величиной, инвариантной относительно преобразований Лоренца.

§ 10. Инвариантность физических законов относительно преобразований Лоренца. Четырехмерная формулировка теории относительности

Согласно принципу относительности все физические законы — законы механики, электродинамики, статистической физики и т. д., должны быть одними и теми же во всех инерциальных системах отсчета. Это означает, что все законы физики должны быть сформулированы таким образом, чтобы они оставались инвариантными относительно преобразований Лоренца. Соотношения, инвариантные относительно преобразований Лоренца, мы будем в дальнейшем именовать релятивистски- или лоренц-инвариантными.

Уравнения механики, инвариантные относительно преобразований Галилея, не удовлетворяют, очевидно, требованию инвариантности относительно преобразований Лоренца и, следовательно, должны быть видоизменены. Наоборот, законы электродинамики — уравнения Максвелла, как это будет показано позднее, уже с самого начала были сформулированы так, что