протон имеет пороговую энергию, то образующиеся в результате реакции частицы, дейтрон и π-мезон, имеют минимальную возможную энергию — энергию покоя (в системе ц. и.). В системе центра инерции можно написать

$$E^2 - p^2c^2 = (2Mc^2 + m_\pi c^2)^2.$$

Из сохранения инварианта $(E^2 - p^2c^2)$ имеем

$$(E_{\text{пор}} + 2Mc^2)^2 - E_{\text{пор}}(E_{\text{пор}} + 2Mc^2) = (2Mc^2 + m_\pi c^2)^2,$$

откуда пороговое значение кинетической энергии

$$E_{\text{пор}} = \frac{\left[(2M + m_\pi)^2 - 4M^2\right]c^2}{2M} = \frac{\left(4m_\pi M + m_\pi^2\right)c^2}{2M} = m_\pi c^2\left(2 + \frac{m_\pi}{M}\right) = 292\ \textit{Мэв}. \qquad (16{,}12)$$

Значение $E_{\text{пор}}$ хорошо согласуется с измеренной величиной.

Приведенные примеры носят чисто иллюстративный характер, и в них нарочито затронуты разнообразные вопросы ядерной физики. Они, однако, показывают, что во всех ядерных процессах, при которых приходится учитывать достаточно значительные изменения энергии системы, законы теории относительности и, в частности, соотношение между массой и энергией играют фундаментальную роль.

§ 17. Теория столкновений релятивистских частиц. Эффект Комптона

Большое значение для ядерной физики имеет теория столкновений релятивистских частиц. При отсутствии ядерных реакций между сталкивающимися частицами взаимодействие между ними можно с достаточной степенью точности считать упругим соударением (т. е. происходящим без изменения внутреннего состояния ядерных частиц). Это относится, в частности, к столкновениям элементарных частиц между собой, например, мезонов, протонов или фотонов с электронами.

Мы рассмотрим прежде упругие соударения частиц с массой покоя, отличной от нуля. Предположим, что быстрая частица с массой μ и импульсом p сталкивается со второй частицей, имеющей массу m. Мы будем считать вторую частицу неподвижной и свободной. Такое приближение законно при достаточно большой скорости налетающей частицы. После столкновения первоначально неподвижная частица будет двигаться с импульсом p_1, направленным под углом φ к импульсу налетевшей частицы. Последняя при этом отклонится от первоначального направления полета на угол θ и будет иметь импульс p_2 (рис. 25).

Мы можем написать закон сохранения энергии и импульса в виде (15,7) и (15,8):

$$p = p_1 + p_2, \tag{17,1}$$

$$mc^2 + E = E_1 + E_2, \tag{17,2}$$

где E и E_2 — энергии налетающей частицы до и после столкновения, E_1 — энергия первоначально покоившейся частицы после столкновения. Этих соотношений достаточно для нахождения всех величин, характеризующих процесс столкновения.

Пусть, например, мы должны найти энергию, приобретаемую первоначально неподвижной частицей в зависимости от угла ее вылета φ. Проще при этом найти не полную энергию последней E_1, а кинетическую $E_1^{(\text{кин})} = E_1 - mc^2$. Имеем, очевидно, из (17,2)

$$\sqrt{p^2c^2 + \mu^2c^4} = \sqrt{p_2^2c^2 + \mu^2c^4} + E_1^{(\text{кин})}. \tag{17,3}$$

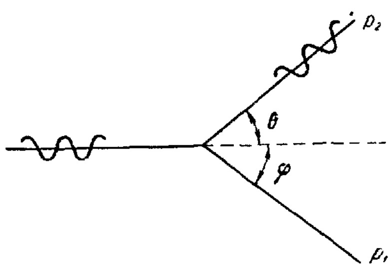

Рис. 25.

Так как на основании (17,1)

$$p_2^2 = p^2 + p_1^2 - 2pp_1 \cos\varphi, \tag{17,4}$$

то из (17,3) и (17,4) можно исключить p_2. Кроме того, p_1^2 следует выразить через E_1 с помощью (16,8). Возводя (17,3) в квадрат и заменяя p_2^2 его значением из (17,4), получаем после простых преобразований

$$pp_1c^2\cos\varphi = E_1^{(\text{кин})}\left\{\sqrt{p^2c^2 + \mu^2c^4} + mc^2\right\}.$$

Возводя последнее соотношение в квадрат и вновь выражая p_1^2 через $E_1^{(\text{кин})}$, получаем окончательно

$$E_1^{(\text{кин})} = \frac{2mp^2c^4\cos^2\varphi}{\left\{\sqrt{p^2c^2 + \mu^2c^4} + mc^2\right\}^2 - p^2c^2\cos^2\varphi}, \tag{17,5}$$

т. е. искомую зависимость энергии, переданной неподвижной частице, от p и φ, а также от масс частиц m и μ.

Формула (17,5) показывает, что наибольшее значение передаваемая энергия имеет при $\varphi = 0$, т. е. при вылете неподвижной частицы в направлении полета налетающей частицы (лобовое соударение). Именно,

$$(E_1)_{\text{макс}}^{(\text{кин})} = 2mc^2\frac{p^2c^2}{\left\{\sqrt{p^2c^2 + \mu^2c^4} + mc^2\right\}^2 - p^2c^2}. \tag{17,6}$$

Рассмотрим некоторые частные случаи формулы (17,6). Пусть, например, налетающая частица является протоном или мезоном, а покоившаяся частица — электроном. Тогда $\mu \gg m$. Кроме того, будем считать падающую частицу весьма быстрой, так что $pc \gg \mu c^2$. Тогда из (17,6) находим

$$(E_1)^{(\text{кин})}_{\text{макс}} \approx 2mc^2 \frac{p^2c^2}{2mc^2pc + \mu^2c^4}.$$

Если импульс падающей частицы столь велик, что выполнено неравенство

$$pc \gg \frac{\mu^2c^4}{mc^2} = \frac{\mu}{m}\mu c^2,$$

то максимальная передаваемая энергия достигает значения

$$(E_1)^{(\text{кин})}_{\text{макс}} \approx pc \approx E, \tag{17,7}$$

т. е. энергии падающей частицы.

Рассмотрим теперь случай, когда падающая частица является легкой, например электроном, а неподвижная — тяжелой (т. е. $\mu \ll m$). Если, кроме того, первая частица обладает импульсом $pc \gg \mu c^2$, то из (17,6) получаем для передаваемой энергии

$$(E_1)^{(\text{кин})}_{\text{макс}} \approx 2mc^2 \frac{p^2c^2}{2mc^2pc + m^2c^4}.$$

Если выполняется неравенство

$$pc \gg mc^2,$$

то

$$(E_1)^{(\text{кин})}_{\text{макс}} \approx pc \approx E.$$

Мы видим, таким образом, что при очень больших импульсах законы упругих столкновений в релятивистской механике существенно отличаются от аналогичных законов в классической механике. При достаточно больших импульсах возможна полная передача энергии от тяжелой частицы к легкой и от легкой — к тяжелой. Напомним, что в классической механике в этом случае упругий удар сопровождается лишь незначительной передачей энергии [1]).

Другие предельные случаи могут быть без труда получены из общего выражения (17,5). Нетрудно, в частности, показать, что при малых импульсах $pc \ll \mu c^2$ и $pc \ll mc^2$ передаваемая энергия дается формулой, совпадающей с соответствующим выражением нерелятивистской теории столкновений.

---

[1]) См. § 43 ч. I.

Важным случаем упругого соударения является соударение фотона с электроном. Это явление, носящее название комптон-эффекта, было первоначально тщательно изучено в связи с выяснением квантовой природы света. Комптон-эффект играет роль в ряде практических проблем современной ядерной физики. У фотона масса покоя μ равна нулю и $E = pc$, $E_2 = p_2c$. Поэтому формулы (17,1) и (17,2) приобретают вид

$$E = E_2 + E_1^{(\text{кин})}, \tag{17,8}$$

$$p_1^2 = \left(\frac{E}{c}\right)^2 + \left(\frac{E_2}{c}\right)^2 - \frac{2EE_2}{c^2}\cos\theta, \tag{17,9}$$

где $E_1^{(\text{кин})} = \sqrt{p_1^2c^2 + m_e^2c^4} - m_ec^2$, m_e — масса электрона, θ — угол между направлением полета фотона до и после столкновения (угол рассеяния).

Выражая в уравнении (17,9) $p_1^2c^2$ через кинетическую энергию электрона с помощью (16,8), представим (17,9) в виде

$$\left(E_1^{(\text{кин})}\right)^2 + 2m_ec^2E_1^{(\text{кин})} = E^2 + E_2^2 - 2EE_2\cos\theta. \tag{17,10}$$

Найдем прежде всего энергию фотона, испытавшего столкновение. Исключая $E_1^{(\text{кин})}$ из (17,8) и (17,10), без труда находим

$$E_2 = \frac{m_ec^2E}{m_ec^2 + E(1-\cos\theta)}. \tag{17,11}$$

Последняя формула связывает энергию рассеянного фотона с энергией падающего и углом рассеяния θ.

Переходя от энергий к длинам волн по известной квантовой формуле $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, можно получить для уменьшения длины волны при комптоновском рассеянии $\Delta\lambda$ значение

$$\Delta\lambda = hc\left(\frac{1}{E_2} - \frac{1}{E}\right) = \frac{h}{m_ec}(1-\cos\theta) = \Lambda(1-\cos\theta). \tag{17,12}$$

Величина $\Lambda = \frac{h}{m_ec} = 0{,}0242$ Å носит название комптоновской длины волны.

Формула (17,12) показывает, что изменение длины волны происходит независимо от длины волны падающего излучения. Максимальное изменение длины волны равно 2Λ.

Зная энергию рассеянного фотона, можно легко найти энергию, передаваемую электрону. Она оказывается равной

$$E_1^{(\text{кин})} = E - E_2 = \frac{\Lambda(1-\cos\theta)}{\lambda + \Lambda(1-\cos\theta)}E, \tag{17,13}$$

т. е. сравнительно небольшой при $\lambda \gg \Lambda$. Наоборот, при $\lambda \sim \Lambda$

энергия, передаваемая электрону, оказывается значительной, порядка E.

Важность этого вывода состоит, в частности, в том, что он имеет вполне общий характер. Мы неоднократно указывали в ч. I, что классическая электродинамика содержит в себе самой границы применимости. Именно, классическая электродинамика становится неприменимой в области малых длин, порядка классического радиуса электрона $r_0 = 2 \cdot 10^{-13}$ *см*. Мы указывали, однако (см. § 28 ч. I), что фактически граница применимости классической теории лежит гораздо выше, при расстояниях порядка $2 \cdot 10^{-10}$ *см*, что соответствует порядку комптоновской длины волны.

Неприменимость классической электродинамики к явлениям, разыгрывающимся в области пространства с линейным размером порядка Λ, связана, очевидно, с тем, что в этой области начинают проявляться квантовые эффекты. Конкретным примером этого может служить рассеяние света.

При $\lambda \gg \Lambda$ изменение длины волны рассеянного света и энергия, передаваемая свободному электрону, сравнительно малы. Поэтому рассеяние света достаточно хорошо описывается классической теорией. Рассеяние имеет когерентный характер. Изменение длины волны $\Delta\lambda \sim \Lambda$ весьма мало по сравнению с самой длиной волны; никакой передачи энергии свободному электрону не происходит и сечение рассеяния дается формулой Томсона (36,9) ч. I.

По мере приближения λ к Λ (жесткие рентгеновы лучи и γ-лучи) классическое рассеяние заменяется комптон-эффектом. Изменение длины волны света становится сравнимым с длиной волны, излучение выбивает электроны отдачи (движущиеся преимущественно вперед, по направлению падающего фотона), и сечение рассеяния, как это видно на рис. 11, падает с энергией фотона. Явление приобретает ясно выраженный квантовый характер и классическое рассмотрение явления рассеяния становится совершенно невозможным.

Квантовомеханический расчет сечения комптоновского рассеяния будет дан в ч. V.