

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

## § 18. Инвариантность заряда, четырехмерный ток и уравнение непрерывности

От релятивистской механики мы перейдем теперь к построению релятивистской электродинамики. В основу релятивистской электродинамики нами будет положено предположение об инвариантности и сохранении электрического заряда. Заряд является основной величиной, характеризующей свойства частиц, а постоянство заряда строго соблюдается во всех известных физических процессах.

Закон сохранения заряда

$$\operatorname{div}(\rho\mathbf{u}) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \quad (18,1)$$

должен быть справедлив во всех инерциальных системах координат. Для придания закону сохранения заряда релятивистски-инвариантной формы можно, следуя обычному методу, записать его в четырехмерной форме.

Для этого достаточно ввести 4-вектор  $j_\alpha$ , именуемый четырехмерным током и определяемый соотношением

$$j_\alpha = (\rho\mathbf{u}, ic\rho). \quad (18,2)$$

Тогда (18,1) легко записывается в четырехмерной форме:

$$\frac{\partial j_\alpha}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} + \frac{\partial j_\tau}{\partial \tau} = 0. \quad (18,3)$$

Формула (18,3) записана в четырехмерном виде и является релятивистски-инвариантным выражением. Отсюда следует, что формально определенная нами величина  $j_\alpha$  действительно представляет 4-вектор.

Из определения 4-вектора  $j_\alpha$  непосредственно вытекает, что при переходе от одной системы отсчета к другой его компоненты должны преобразовываться по формулам (11,1)—(11,4). Если применить этот закон преобразования к четвертой компоненте

$j_{\tau} = ic\rho$ , то мы получим закон сохранения электрического заряда  $de = \rho dV$ , заключенного в произвольном элементе объема  $dV$ . Действительно, рассмотрим закон изменения  $j_{\tau}$  при переходе от системы  $K'$ , в которой заряды покоятся, к системе  $K$ . Система  $K'$  движется по отношению к  $K$  со скоростью  $v$ . В системе  $K'$  скорость  $u = 0$  и  $y$  вектора  $j_a$  отлична от нуля только компонента  $j_{\tau}$ .

Из формулы (11,4) для преобразования четвертой компоненты 4-вектора находим закон изменения плотности заряда:

$$\rho = \frac{\rho'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (18,4)$$

Умножив (18,4) на элемент объема  $dV$ , имеем

$$\rho dV = de = \frac{\rho' dV'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Закон изменения объема (6,2) дает при этом

$$dV = dV' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

так что

$$\rho dV = \rho' dV'.$$

Таким образом, заряд любого элемента объема является инвариантом относительно преобразования Лоренца. Это можно наглядно интерпретировать следующим образом: при уменьшении вследствие лоренцева сокращения величины объема, плотность заряда увеличивается в том же отношении, так что полный заряд не изменяется.

## § 19. Релятивистски-инвариантная формулировка уравнений для потенциалов

Выше мы уже указывали, что теория электромагнитного поля с самого начала была сформулирована «правильно» с точки зрения теории относительности. Это означает, что система уравнений Максвелла — Лоренца является релятивистски-инвариантной, удовлетворяющей требованиям теории относительности.

Проще всего в этом можно убедиться, если рассмотреть уравнения для потенциалов.