

Изменение импульса электрона можно написать в виде

$$\frac{dp}{dt} = -eE_{\varphi} = \frac{e}{2\pi cR} \frac{d\Phi}{dt}. \quad (24,19)$$

Если считать, что электрон движется по окружности постоянного радиуса, то, интегрируя (24,19), получаем

$$p = \frac{e}{2\pi cR} \Phi.$$

Постоянная интегрирования положена равной нулю в предположении, что в момент времени $t=0$ имеют место равенства $H=0$ и $v=0$.

Если подставить p в (24,17), то условие постоянства радиуса орбиты во времени можно представить в виде

$$R = \frac{cp}{eH} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Phi}{RH}. \quad (24,20)$$

Поток магнитной индукции через площадь орбиты равен

$$\Phi = \pi R^2 \bar{H},$$

где \bar{H} — среднее поле внутри орбиты.

Тогда условие (24,20) сводится к равенству

$$H_{r=R} = \frac{\bar{H}}{2}.$$

Последнее означает, что для движения ускоряемого электрона по круговой орбите необходимо создать не только переменное во времени, но и неоднородное в пространстве магнитное поле. Поле на орбите должно быть равным половине средней напряженности внутри орбиты. Для выполнения этого требования поле должно спадать с увеличением радиуса r . Ясно, что ускорение частиц в бетатроне имеет прерывистый характер — оно происходит только при возрастании магнитного поля во времени. Мы не можем осветить здесь вопросы устойчивости движения частиц на орбите бетатрона, а также детали устройства реальных ускорителей¹⁾.

§ 25*. Система слабо взаимодействующих заряженных частиц

Мы можем теперь вернуться к системе частиц в релятивистской механике и рассмотреть упоминавшийся в § 15 случай частиц, связанных между собой электромагнитным взаимодействием²⁾.

¹⁾ См., например, А. П. Гринберг, Методы ускорения заряженных частиц, Гостехиздат, 1950.

²⁾ В. А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения, Гостехиздат, 1955, стр. 105; Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, 1960, стр. 203.

Мы указывали уже, что для системы взаимодействующих частиц нельзя ввести потенциальную энергию взаимодействия, поскольку запаздывающее взаимодействие зависит не от взаимного положения частиц в данный момент времени, но от движения их в предшествующее время. Кроме того, при ускоренном движении заряженные частицы излучают и часть энергии уходит из системы, так что система в целом является неконсервативной.

Оказывается, однако, что если движение частиц совершается достаточно медленно, так что $v \ll c$, то в известном приближении можно ввести понятие о взаимодействии системы зарядов, зависящем только от их взаимного расстояния. Это позволит характеризовать состояние системы движущихся зарядов с помощью механических величин и рассматривать движение системы вне непосредственной связи с состоянием электромагнитного поля, по законам механики.

Действительно, если заряды движутся с малыми скоростями, так что запаздыванием можно полностью пренебречь, то их энергия взаимодействия выражается формулой электростатики

$$U = \sum_{i < k} \frac{e_i e_k}{r_{ik}}, \quad (25,1)$$

где r_{ik} — фиксированное расстояние между зарядами i и k . Для произвольно выбранного k -го заряда можно написать функцию Лагранжа в виде

$$L_k = \frac{m_k v_k^2}{2} - e_k \varphi_k, \quad (25,2)$$

где φ_k — потенциал поля, действующего на заряд k .

Функция Лагранжа системы зарядов получается простым суммированием:

$$L = \sum L_k = \sum_k \left(\frac{m_k v_k^2}{2} - e_k \varphi_k \right). \quad (25,3)$$

Зная функцию Лагранжа, можно найти закон движения системы.

Дальнейшие расчеты покажут, что и в следующих приближениях разложения по степеням отношения $\frac{v}{c}$, вплоть до членов порядка $\frac{v^2}{c^2}$, можно найти функцию Лагранжа системы. Это в свою очередь позволит осуществить указанную программу чисто механического описания системы зарядов.

Вместе с тем ясно, что если не отбрасывать величины порядка $\left(\frac{v}{c}\right)^3$, то подобное описание станет, вообще говоря, невозможным. Действительно, согласно результатам § 27 ч. I, дипольное излучение системы определяется величиной порядка $1/c^3$.

Сохранение старших членов разложения потенциалов отвечает учету дипольного излучения. Это делает незаконным механический подход к рассмотрению состояния системы.

В системах, в которых нет дипольного излучения, разложение потенциалов можно провести до членов следующего порядка малости. Напишем функцию Лагранжа k -й частицы с учетом движения зарядов в системе:

$$L_k = - m_k c^2 \sqrt{1 - \frac{v_k^2}{c^2}} - e_k \Phi_k + \frac{e_k}{c} (\mathbf{v}_k \mathbf{A}_k), \quad (25,4)$$

где Φ_k и \mathbf{A}_k — потенциалы поля, существующего в той точке, где находится k -й заряд. Эти потенциалы с учетом конечности скорости распространения взаимодействия можно представить в виде запаздывающих потенциалов (ср. § 24 ч. I):

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}_k, t) &= \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|}{c})}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|} dV', \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}_k, t) &= \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|}{c})}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|} dV'. \end{aligned}$$

При медленном движении ($v \ll c$) плотность заряда и плотность тока можно разложить в ряд по степеням времени запаздывания. Важное отличие этого разложения от аналогичных формул § 26 ч. I заключается в том, что нас интересуют потенциалы в точке \mathbf{r}_k , находящейся в пределах рассматриваемой системы зарядов. Поэтому нельзя разбить полное время запаздывания на собственное запаздывание и запаздывание системы, и разложение следует вести по полному запаздыванию:

$$\tau = \frac{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|}{c}.$$

Тогда имеем

$$\begin{aligned} \rho\left(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|}{c}\right) &\approx \rho(\mathbf{r}', t) - \frac{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|}{c} \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}', t) + \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \rho(\mathbf{r}', t), \\ \mathbf{j}\left(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|}{c}\right) &\approx \mathbf{j}(\mathbf{r}', t). \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}_k, t) &\approx \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|} dV' - \frac{1}{c} \int \frac{\partial \rho(\mathbf{r}', t)}{\partial t} dV' + \\ &\quad + \frac{1}{2c^2} \int |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'| \frac{\partial^2 \rho(\mathbf{r}', t)}{\partial t^2} dV' = \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|} dV' - \\ &\quad - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int \rho(\mathbf{r}', t) dV' + \frac{1}{2c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'| \rho(\mathbf{r}', t) dV'. \end{aligned}$$

Порядок дифференцирования и интегрирования может быть изменен, поскольку вектор r_k фиксирован, а r' является совокупностью трех независимых переменных.

Поскольку интеграл во втором члене берется в момент времени t , он представляет полный заряд системы. Соответственно

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho(r', t) dV' = \frac{\partial e}{\partial t} = 0.$$

Окончательно находим

$$\Phi(r_k, t) = \int \frac{\rho(r', t)}{|r_k - r'|} dV' + \frac{1}{2c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int |r_k - r'| \rho(r', t) dV', \quad (25,5)$$

$$A(r_k, t) = \frac{1}{c} \int \frac{j(r', t)}{|r_k - r'|} dV'. \quad (25,6)$$

Дальнейшие вычисления становятся более прозрачными, если перейти к точечным зарядам, положив

$$\rho(r', t) = \sum_i' e_i \delta(r' - r_i(t)). \quad (25,7)$$

Штрих при знаке суммы показывает, что в ней отсутствует член $i = k$. В дальнейшем мы не будем писать штрих при сумме, чтобы не загромождать формул, но будем подразумевать его во всех суммированиях по зарядам.

Подставляя выражение (25,7) для $\rho(r', t)$ в (25,5) имеем

$$\begin{aligned} \Phi(r_k, t) &= \sum \Phi_i = \sum \frac{e_i}{|r_k - r_i(t)|} + \frac{1}{2c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum e_i |r_k - r_i(t)| = \\ &= \sum \frac{e_i}{|r_k - r_i(t)|} + \frac{1}{2c^2} \sum e_i \frac{\partial^2}{\partial t^2} |r_k - r_i(t)|. \end{aligned} \quad (25,8)$$

Подчеркнем, что в результате интегрирования (устранения δ -функции) вместо r' в соответствующих выражениях появился радиус-вектор $r_i(t)$ i -го заряда, явно зависящий от времени. Поэтому результат интегрирования по переменным r' следует дифференцировать по времени.

Аналогично, полагая

$$j(r', t) = \sum_i' e_i v_i \delta(r' - r_i(t)), \quad (25,9)$$

имеем из (25,6)

$$A = \sum A_i = \sum \frac{e_i v_i}{c |r_k - r_i|}. \quad (25,10)$$

Здесь Φ_i и A_i — потенциалы, создаваемые в момент времени t в точке r_k i -м зарядом.

Выражение (25,8) для скалярного потенциала с учетом запаздывания (второе слагаемое) содержит вторую производную

по времени от вектора \mathbf{r}_i , т. е. ускорение i -й частицы, создающей поле в точке \mathbf{r}_k . Между тем, в функцию Лагранжа могут входить только координаты и скорости частиц. Поэтому целесообразно произвести градиентное преобразование (см. § 11 ч. I) и подобрать функцию ψ так, чтобы в скалярном потенциале второй член отсутствовал. Именно, полагая

$$\begin{aligned}\varphi_i &\rightarrow \varphi'_i + \frac{1}{c} \frac{\partial \psi_i}{\partial t}, \\ A_i &\rightarrow A'_i - \text{grad } \psi_i,\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\psi_i &= \frac{e}{2c} \frac{\partial}{\partial t} |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i(t)| = \frac{e}{2c} \text{grad} |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i| \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) = \\ &= -\frac{e}{2c} \left\{ -\frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} \right\} \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial t} = \frac{e}{2c} \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|},\end{aligned}\quad (25,11)$$

находим из (25,5)

$$\varphi' = \sum \varphi'_i = \sum_i \frac{e_i}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|}.\quad (25,12)$$

При дифференцировании по времени положение точки наблюдения \mathbf{r}_k является фиксированным, градиент направлен от заряда i к точке наблюдения, \mathbf{v}_i означает скорость движения i -го заряда в момент времени t .

Соответственно, для A' получаем

$$A'_i = A_i + \text{grad } \psi_i = \sum_i \frac{e_i \mathbf{v}_i}{c |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} + \text{grad} \frac{e_i}{2c} \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|}.\quad (25,13)$$

По формуле

$$\text{grad}_{\mathbf{r}_i} \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{a})}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} = -\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} + \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{a})(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^3},$$

где \mathbf{a} — постоянный вектор, находим

$$\text{grad} \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} = -\frac{\mathbf{v}_i}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} + \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^3}.$$

Отсюда для полного вектора-потенциала находим

$$A' = \sum A'_i = \sum_i \left\{ \frac{e_i \mathbf{v}_i}{2c |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} + \frac{e_i}{2c} \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^3} \right\}.\quad (25,14)$$

Найденные выражения (25,12) и (25,14) для φ' и A' следует подставить в функцию Лагранжа (25,4) k -й частицы. Предварительно в ней следует разложить первый член в ряд по

степеням $\frac{v^2}{c^2}$ и ограничиться членами того же порядка малости, что и удержание в φ' и A' . Это дает

$$m_k c^2 \sqrt{1 - \frac{v_k^2}{c^2}} \approx m_k c^2 \left(1 - \frac{v_k^2}{2c^2} - \frac{1}{8} \frac{v_k^4}{c^4}\right). \quad (25,15)$$

В результате находим

$$\begin{aligned} L_k &= -m_k c^2 + \frac{m_k v_k^2}{2} + \frac{1}{8} \frac{m_k v_k^4}{c^2} - e_k \varphi' + \frac{e_k (\mathbf{v}_k A')}{c} = \\ &= -m_k c^2 + \frac{m_k v_k^2}{2} + \frac{1}{8} \frac{m_k v_k^4}{c^2} - \sum_i \left\{ \frac{e_i e_k}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2c^2} \frac{e_i e_k \mathbf{v}_i \mathbf{v}_k}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} - \frac{e_i e_k (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i) (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_k)}{2c^2 |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^3} \right\}. \quad (25,16) \end{aligned}$$

Первый член в функции Лагранжа L_k относится к покоящейся частице, второй имеет смысл кинетической энергии в приближении классической механики, третий — релятивистской поправки к кинетической энергии. Слагаемое в фигурных скобках зависит только от мгновенных положений и скоростей частиц.

Величину

$$U_{ik} = \frac{e_i e_k}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} - \frac{1}{2c^2} \frac{e_i e_k \mathbf{v}_i \mathbf{v}_k}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} - \frac{e_i e_k (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i) (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_k)}{2c^2 |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^3}, \quad (25,17)$$

зависящую от расстояния между i -й и k -й частицами в данный момент времени, можно рассматривать как обобщенную энергию взаимодействия между частицами. Первое слагаемое имеет очевидный смысл — это потенциальная энергия взаимодействия между двумя неподвижными i -м и k -м зарядами. Два других члена, пропорциональных $\frac{\mathbf{v}_i \mathbf{v}_k}{c^2}$, представляют поправку к энергии взаимодействия, учитывающую движение зарядов и запаздывание. Ясно, однако, что хотя U_{ik} — энергия взаимодействия, она не имеет смысла потенциальной энергии, зависящей только от положения частиц.

Выражение (25,17) совершенно симметрично в обоих зарядах. Поэтому легко написать функцию Лагранжа для системы частиц. Именно,

$$\begin{aligned} L &= \sum_k \left\{ -m_k c^2 + \frac{m_k v_k^2}{2} + \frac{m_k v_k^4}{8c^2} \right\} - \sum_{k>i} \left\{ \frac{e_i e_k}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{e_i e_k \mathbf{v}_i \mathbf{v}_k}{2c^2 |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} - \frac{e_i e_k (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i) (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_k)}{2c^2 |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^3} \right\} = L_1 + L_2, \quad (25,18) \end{aligned}$$

где L_1 — функция Лагранжа системы зарядов в пренебрежении релятивистскими поправками и запаздыванием, даваемая фор-

мулой (25,3), и L_2 — добавка к ней, найденная с точностью до членов порядка $\left(\frac{v}{c}\right)^3$:

$$L_2 = \frac{1}{4c^2} \left\{ \sum_k \frac{m_k v_k^4}{2} + 2 \sum_{k>i} e_i e_k \left[\frac{v_i v_k}{|r_k - r_i|} + \frac{(r_k - r_i, v_i)(r_k - r_i, v_k)}{|r_k - r_i|^3} \right] \right\}. \quad (25,19)$$

Зная функцию Лагранжа, можно найти энергию, массу и импульс системы.

Энергия системы находится по обычным правилам и равна

$$E_{\text{полн}} = \sum_k v_k \frac{\partial L}{\partial v_k} - L = E_0 + E_1 + E_2, \quad (25,20)$$

где

$$E_0 = \sum_k m_k c^2, \quad E_1 = \frac{1}{2} \sum_k m_k v_k^2 + \sum_{k>i} \frac{e_i e_k}{|r_k - r_i|}$$

и E_2 — релятивистская поправка к энергии, которая равна

$$E_2 = \frac{3}{8} \sum_k \frac{m_k v_k^4}{c^2} + \frac{1}{2c^2} \left\{ \sum_{k>i} e_i e_k \left[\frac{v_i v_k}{|r_k - r_i|} + \frac{(r_k - r_i, v_i)(r_k - r_i, v_k)}{|r_k - r_i|^3} \right] \right\}. \quad (25,21)$$

Мы видим, прежде всего, что энергия системы не может быть представлена в виде суммы кинетической и потенциальной энергий. Релятивистская поправка к энергии E_2 зависит как от координат, так и от скоростей, так что с учетом этой поправки потенциальной энергии системы не существует. Лишь в случае неподвижных зарядов, точнее, зарядов, движущихся так медленно, что величинами порядка $\frac{v^2}{c^2}$ можно полностью пренебречь, возможно опустить величину E_2 и пользоваться потенциальной энергией (25,1).

Пользуясь обычным определением массы, находим массу системы

$$M = \frac{E_{\text{полн}}}{c^2} = \sum_k m_k + \frac{E_1 + E_2}{c^2}. \quad (25,22)$$

Таким образом, масса системы складывается из масс покоя частиц и масс, обязанных своим происхождением кинетической энергии и энергии взаимодействия частиц системы (в приближении неподвижных зарядов — потенциальной энергии). Масса M не обладает, очевидно, аддитивными свойствами и не равна сумме масс отдельных частиц. Энергия системы E и ее масса M сохраняются. Однако для отдельных слагаемых, входящих в $E_{\text{полн}}$ и M , написать закон сохранения нельзя.

Импульс системы \mathbf{P} , по определению, равен

$$\mathbf{P} = \sum_k \frac{\partial L_k}{\partial \mathbf{v}_k} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2, \quad (25,23)$$

где $\mathbf{P}_1 = \sum_k m_k \mathbf{v}_k$ — обычное значение импульса в классической механике и \mathbf{P}_2 — релятивистская поправка к нему:

$$\mathbf{P}_2 = \frac{1}{2c^2} \sum m_k v_k^2 \mathbf{v}_k + \frac{1}{2c^2} \sum_{k>i} e_i e_k \left[\frac{\mathbf{v}_i}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} + \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^3} \right]. \quad (25,24)$$

Мы видим, что поправка \mathbf{P}_2 к импульсу зависит от координат частиц системы.

Легко показать, что в рассматриваемом приближении можно ввести понятие о центре инерции системы, которое не существует в произвольной системе взаимодействующих частиц. Из определения (15,16) скорости центра инерции $\mathbf{V}_{ц.и} = \frac{c^2 \mathbf{P}}{E_{\text{полн}}}$ видно, что вектор $\mathbf{V}_{ц.и}$ можно представить в виде производной по времени от радиуса-вектора центра инерции:

$$\mathbf{R}_{ц.и} \approx \frac{\sum_k \left\{ m_k c^2 + \frac{1}{2} m_k v_k^2 + e_k \sum_i' \frac{e_i}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|} \right\} \mathbf{r}_k}{E_0 + E_1}. \quad (25,25)$$

В этом можно убедиться непосредственной проверкой равенства

$$\mathbf{V}_{ц.и} = \frac{d\mathbf{R}_{ц.и}}{dt} = \frac{Pc^2}{E_{\text{полн}}},$$

справедливого с точностью до величин порядка $\frac{v^2}{c^2}$.

Помимо интеграла энергии и импульса, система материальных точек обладает интегралом момента

$$\mathbf{L} = \sum_k \left[\mathbf{r}_k, \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_k} \right] = \mathbf{L}_0 + \mathbf{L}_1, \quad (25,26)$$

где \mathbf{L}_0 — момент импульса классической механики, а \mathbf{L}_1 — релятивистская поправка, зависящая от скоростей и координат всех точек системы.

Мы видим, что в этом приближении (с учетом поправок $\frac{v^2}{c^2}$) в релятивистской механике системы можно ввести те же основные понятия, что и в классической механике. Однако и в этом приближении система не обладает потенциальной энергией.

Таким образом, кроме разобранных в § 15 случая системы частиц, взаимодействующих путем столкновений, в теории отно-

сительности можно построить общую механику системы взаимодействующих заряженных частиц. Однако в этом случае теория имеет приближенный характер и наименьшие удерживаемые в ней члены имеют порядок $\frac{v^2}{c^2}$. Учет последующих членов разложения по степеням $\left(\frac{v}{c}\right)$ возможен лишь в конкретных системах, не обладающих дипольным (члены $\left(\frac{v}{c}\right)^3$), квадрупольным $\left(\left(\frac{v}{c}\right)^4\right)$ и т. д. излучениями.

В дальнейшем нам понадобится другое представление энергии взаимодействия в том случае, когда система состоит из двух частиц. Записав функцию Лагранжа первой частицы в виде

$$L_1 = -m_1 c^2 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} - e_1 \varphi_1 + \frac{e_1}{c} (\mathbf{v}_1 \mathbf{A}_1),$$

будем считать φ_1 и \mathbf{A}_1 потенциалами поля, создаваемого второй частицей в той точке пространства, в которой в момент времени t находится первая частица. С учетом запаздывания и при произвольном законе движения потенциалы φ_1 и \mathbf{A}_1 представляют потенциалы Лиенара — Вихерта. Потенциалы Лиенара — Вихерта φ_1 и \mathbf{A}_1 связаны между собой формулой (25,5) ч. I:

$$\mathbf{A}_1 = \frac{v_2 \varphi_1}{c}.$$

Поэтому

$$L_1 = -m_1 c^2 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} - e \left(1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}\right) \varphi_1.$$

Отсюда следует, что для энергии взаимодействия двух частиц можно написать выражение

$$U_{вз} = e \left(1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}\right) \varphi, \quad (25,27)$$

где φ — потенциал поля, зависящий от мгновенного расстояния $R(\tau)$ между зарядами.

§ 26. Излучение движущегося заряда

Формула (28,4) ч. I для излучения движущегося заряда применима лишь при скоростях, малых по сравнению со скоростью света. Для получения аналогичного выражения, справедливого при скоростях, близких к скорости света, введем в рассмотрение совокупность сопутствующих систем координат, в которых в каждый данный момент времени частица покоится.