Из распределения (57,19) следует, что теплоемкость однородного вещества при постоянном объеме должна быть существенно положительной величиной. В противном случае вещество находилось бы в неустойчивом состоянии. Таким образом, наряду с (57,7) мы получаем второе условие устойчивости состояний однородного вещества:

$$C_V > 0. \tag{57,20}$$

Если бы теплоемкость тела была отрицательна, то тело можно было бы нагревать, забирая при этом от него тепло. Иными словами, можно было бы построить вечный двигатель второго рода.

Можно показать, что флуктуации объема и температуры являются независимыми. Не останавливаясь на строгом доказательстве этого утверждения, заметим лишь, что оно вытекает также из общих физических рассуждений. Состояние однородного тела полностью определяется тремя термодинамическими параметрами, которые связаны между собой одним соотношением — уравнением состояния. Поэтому изменения двух термодинамических параметров в однородном теле могут всегда происходить независимо друг от друга. В однородном веществе условия (57,7) и (57,20) являются достаточными для устойчивости состояний системы. Напомним, что необходимыми условиями устойчивости являются постоянство температуры и давления в однородной системе.

В заключение отметим, что полученные нами условия устойчивости не обязаны выполняться в неоднородной системе, например в системе, находящейся в поле сил или состоящей из нескольких фаз. В этом случае состояние системы, помимо параметров p, T, S и V, зависит и от других величин, например напряженности внешнего поля. Поэтому изменятся выражения для работы флуктуации и условия устойчивости.

§ 58. Влияние флуктуаций на чувствительность измерительных приборов

Флуктуации играют важную роль в действии современных высокочувствительных приборов — весов, гальванометров и т. п. Чувствительность этих приборов столь высока, что они позволяют регистрировать явления того же масштаба, что и флуктуации, вызываемые тепловым движением молекул в самом приборе. Это влечет за собой важное следствие: при непосредственном (однократном) измерении физической величины, значение которой меньше, чем флуктуации самого прибора, он регистрирует собственное тепловое движение (фон), а не измеряемую величину. В этом смысле говорят, что тепловое движение кладет предел чувствительности данной конструкции прибора (при однократном измерении).

Дальнейшее повышение чувствительности и измерения величин, лежащих ниже фона теплового движения, сопряжено с выполнением многократных измерений (или изменением конструкции прибора).

Действительно, если прибор регистрирует только собственное движение, то среднее отклонение прибора будет равно нулю. Если же на фон накладывается некоторое внешнее воздействие, то прибор будет флуктуировать около некоторого нового положения и его среднее отклонение будет отлично от нуля. Чем больше число произведенных измерений, т. е. чем больше время наблюдения, тем меньшие значения физической величины (лежащие ниже фона) могут быть зарегистрированы.

Найдем чувствительность некоторых приборов при однократном измерении.

Подвешенное зеркальце. Одним из простейших и наиболее чувствительных приборов является легкое зеркальце, подвешенное на тонкой, обычно кварцевой, нити. Чувствительность прибора определяется возможностью регистрации весьма малых углов поворота зеркальца на нити. Предел чувствительности, т. е. наименьшие углы поворота, которые могут быть зарегистрированы, при однократных измерениях определяются тем, что они должны быть больше, чем колебания зеркальца, вызванные тепловым движением молекул зеркальца и нити. Это тепловое движение приводит к случайным поворотам подвешенного зеркальца на углы, величина которых определяется значением среднего квадратичного угла поворота. Вычислим эту величину.

Для того чтобы зеркальце «случайно», т. е. под действием молекулярного теплового движения, отклонилось от равновесного положения $\varphi = 0$ на некоторый угол φ, необходимо, чтобы была произведена работа против упругих сил нити. Эта работа производится за счет энергии теплового движения. Роль параметра, определяющего отклонение системы от положения равновесия, играет угол φ. Вероятность отклонения системы от равновесного положения $\varphi = 0$ на угол φ определяется формулой (55,6), в которой в качестве потенциальной энергии будет потенциальная энергия кручения нити. При малых углах

$$u(\varphi) = \frac{a\varphi^2}{2},$$

где $a = \dfrac{\pi^2 r^2 G}{2l}$ (здесь r — радиус нити, l — ее длина и G — модуль сдвига нити).

Таким образом,

$$dw = \mathrm{const} \cdot e^{-\frac{a\varphi^2}{2kT}}\, d\varphi = \frac{e^{-\frac{a\varphi^2}{2kT}}\, d\varphi}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{a\varphi^2}{2kT}}\, d\varphi}. \tag{58,1}$$

Здесь постоянная определена из условия нормирования.

Средний квадратичный угол отклонения равен

$$\overline{\varphi^2} = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi^2 e^{-\frac{a\varphi^2}{2kT}}\, d\varphi}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{a\varphi^2}{2kT}}\, d\varphi} = \frac{kT}{a}.$$

Этот результат имеет простой смысл: средняя потенциальная энергия нашей системы с одной степенью свободы равна

$$\bar{u} = \frac{\overline{a\varphi^2}}{2} = \frac{kT}{2} \tag{58,2}$$

в соответствии с законом о равномерном распределении. При $T = 300°$ К и $a = 10^{-6}$ *эрг* (таким значением a обладают очень тонкие кварцевые нити) имеем $\sqrt{\overline{\varphi^2}} = 2 \cdot 10^{-4}$. Эта величина определяет угол, на который в среднем поворачивается зеркальце «само по себе». Если измеряемая по отклонению зеркальца величина вызывает поворот на меньший угол, то при однократном измерении регистрируется собственное отклонение.

Ясно, однако, что при отсутствии систематической отклоняющей силы среднее отклонение зеркальца будет равно нулю, а при наличии такой силы зеркальце будет испытывать колебания около смещенного положения равновесия. Производя многократные измерения колебаний зеркальца, можно найти, около какого среднего положения происходят эти колебания. Тем самым можно определить величину, значения которой лежат ниже теплового фона или чувствительности при однократном измерении.

Пружинные весы. Совершенно аналогичные результаты могут быть получены для пружинных весов. Флуктуации давления окружающего воздуха и тепловое движение механизма весов будут приводить к тому, что нагрузка весов будет хаотически изменяться. Это изменение нагрузки будет компенсироваться квазиупругой силой $\varkappa\Delta x$. Изменение потенциальной энергии системы при смещении на Δx равно

$$u = \frac{\varkappa(\Delta x)^2}{2}.$$

Средняя потенциальная энергия по закону равномерного распределения равна $kT/2$. Поэтому среднее изменение длины пружины равно

$$\sqrt{\overline{(\Delta x)^2}} = \sqrt{\frac{kT}{\varkappa}}. \qquad (58,3)$$

Измерение массы m на весах возможно, если вызываемое ею растяжение пружины больше, чем флуктуация длины нити $\sqrt{\overline{(\Delta x)^2}}$. Растяжение пружины грузом m равно $\Delta x = \frac{mg}{\varkappa}$. Поэтому предельно малая масса, которая может быть найдена при однократном измерении, равна

$$m \approx \frac{\varkappa}{g}\sqrt{\overline{(\Delta x)^2}} = \frac{\sqrt{kT\varkappa}}{g}.$$

Газовый термометр. Предположим что мы измеряем температуру с помощью газового термометра, наполненного идеальным газом. Температура, измеряемая термометром, не будет оставаться постоянной, а будет непрерывно испытывать флуктуации так же, как и другие термодинамические величины.

В идеальном газе флуктуация температуры может быть легко выражена через флуктуацию объема. Из уравнения Клапейрона следует

$$\Delta T = \frac{p\,\Delta V}{Nk} = \frac{T}{V}\Delta V,$$

где через ΔT и ΔV обозначены малые изменения температуры и объема. Если понимать под малыми изменениями объема изменения его вследствие флуктуаций, то можно написать

$$\Delta V = \sqrt{\overline{(\Delta V)^2}} = \sqrt{\frac{kT}{\left(-\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T}} = \frac{V}{\sqrt{N}},$$

так что

$$\Delta T = \sqrt{\overline{(\Delta T)^2}} = \frac{T}{V}\Delta V = \frac{T}{\sqrt{N}}.$$

С помощью газового термометра нельзя измерять изменения температуры, меньшие, чем ΔT. Если термометр содержит всего

10^{-4} моля газа (т. е. объем его 0,02 *л*), то $N=6\cdot 10^{23}\cdot 10^{-4}=6\cdot 10^{19}$, так что минимальное измеримое изменение температуры

$$\Delta T \approx 10^{-10}\, T.$$

Оно является столь малым, что все реально измеряемые изменения температуры чрезвычайно велики по сравнению с пределом чувствительности.

Таким образом, чувствительность газового термометра практически не ограничивается изменениями температуры. Приведенные примеры показывают, что влияние флуктуаций на чувствительность приборов широко изменяется в зависимости от характера прибора.

Мы не можем в рамках этой книги изложить теорию измерения величин, лежащих ниже уровня шумов, и отсылаем читателя к специальной литературе (см., например, Б. Р. Левин, Теоретические основы статистической радиотехники, т. II, «Сов. радио», 1968).