ростом λ, при некоторой длине волны $\lambda_{\text{макс}}$ она проходит через максимум и вновь стремится к нулю со стороны коротких волн. Положение максимума сдвигается в сторону коротких волн по мере повышения температуры.

§ 74. Классическая теория черного излучения

Перейдем теперь к вычислению функции спектрального распределения $\rho(\nu, T)$.

Электромагнитное излучение в замкнутой полости образует систему стоячих волн. Такое электромагнитное поле было рассмотрено нами в § 38 ч. I, где было показано, что оно может быть заменено набором эквивалентных осцилляторов поля. Энергия поля оказалась равной сумме энергий осцилляторов. В случае излучения в полости ему, в соответствии со сказанным выше, следует приписать температуру, равную температуре излучающих стенок T. Мы можем поэтому сказать, что каждой стоячей волне в полости соответствует один осциллятор с частотой ν и энергией $\varepsilon(\nu, T)$, зависящей от частоты, а также от температуры T.

Каждый из осцилляторов, заменяющих систему стоячих волн, может находиться в различных состояниях и иметь различную энергию $\varepsilon(\nu, T)$. Нас, однако, будет интересовать не мгновенная, а средняя энергия осцилляторов $\overline{\varepsilon(\nu, T)}$; здесь усреднение ведется по всем возможным состояниям осциллятора. Энергия стоячих волн в единице объема полости, частоты которых заключены между ν и $\nu+d\nu$, численно равна суммарной средней энергии всех осцилляторов, заменяющих нормальные колебания и имеющих частоты в том же интервале. Если $g(\nu)d\nu$ — число осцилляторов, то сказанное можно записать в виде

$$\rho(\nu, T)d\nu = \overline{\varepsilon(\nu, T)}\, g(\nu)\, d\nu. \tag{74,1}$$

Число собственных колебаний было найдено нами в § 38 ч. I. В случае электромагнитных волн нужно только учесть, что они являются поляризованными и могут иметь два направления поляризации. Формула (38,22) ч. I дает число колебаний с частотой между ν и $\nu+d\nu$ для каждого вида поляризации. Для обоих видов поляризации число колебаний нужно удвоить:

$$\rho(\nu, T)\, d\nu = \frac{8\pi\bar{\varepsilon}}{c^3} \nu^2\, d\nu. \tag{74,2}$$

Формула (74,2) при своем выводе не потребовала привлечения каких-либо представлений из квантовой теории, она была получена до создания квантовой теории. Для средней энергии осциллятора $\bar{\varepsilon}$ было подставлено ее классическое значение

$$\bar{\varepsilon} = kT,$$

и плотность равновесного излучения при температуре T записывалась в виде (закон Рэлея — Джинса)

$$\rho(\nu, T)\,d\nu = \frac{8\pi kT}{c^3}\nu^2\,d\nu. \tag{74,3}$$

Бессмысленность формулы (74,3) совершенно очевидна. Действительно, она показывает, что плотность энергии электромагнитного поля в замкнутой полости монотонно возрастает с увеличением частоты. Поскольку в полости могут быть представлены колебания всех частот, в частности $\nu \to \infty$, формула (74,3) приводит к бесконечно большой плотности энергии при $\nu \to \infty$:

$$E = \int_0^\infty \rho(\nu, T)\,d\nu \to \infty.$$

Полученный результат означает, что источники излучения, заключенные в полости, должны были бы излучать до тех пор, пока вся заключенная в них тепловая энергия не перешла бы в излучение поля и их температура не упала бы до абсолютного нуля. Так, например, если излучателем, помещенным в полость, служит раскаленное твердое тело, то из полученного результата вытекает, что равновесие в системе излучатель — электромагнитное поле установится только после того, как раскаленное тело охладится до абсолютного нуля.

Этот вывод имеет простой смысл. Согласно закону равномерного распределения энергии все степени свободы равноправны и в равновесном состоянии на каждую из них приходится равная энергия. Тепловая энергия, заключенная в излучателе — кристалле, содержащем N атомов, может считаться распределенной между $3N$ осцилляторами. Электромагнитное поле в полости также можно рассматривать как набор осцилляторов. Однако число последних неизмеримо больше, чем $3N$. Волновые числа возможных стоячих волн в замкнутой полости, имеющей форму куба, должны удовлетворять условиям:

$$f_1 = \frac{\pi k_1}{L}, \quad f_2 = \frac{\pi k_2}{L}, \quad f_3 = \frac{\pi k_3}{L},$$

где L — размер стороны куба, а k_1, k_2, k_3 — числа, пробегающие ряд целых значений от нуля до бесконечности. Эти условия эквивалентны условиям (50,11) для кристалла, но в последнем случае значения k_1, k_2 и k_3 ограничены числом частиц N. Таким образом, число стоячих электромагнитных волн в полости и соответствующее число осцилляторов электромагнитного поля в бесконечно большое число раз больше, чем число осцилляторов, требуемых для описания теплового движения в кристалле. В состоянии равновесия вся энергия должна содержаться у поля, поскольку на каждый осциллятор должна приходиться одинаковая энергия.

Этот результат находится в полном противоречии с опытными данными. Опыт показывает, что плотность тепловой энергии, заключенной в излучателе, неизмеримо выше, чем плотность энергии электромагнитного поля; например, при $T=300°$ K плотность тепловой энергии в твердом теле оказывается в 10^{14} раз больше измеренной плотности энергии внутри полости с излучением. Что касается спектрального распределения плотности энергии, выражаемого формулой (74,3), то оно оказывается в согласии с измеренным распределением энергии в спектре черного тела для малых частот, удовлетворяющих условию $h\nu \ll kT$. Наоборот, при больших частотах, когда $h\nu \gg kT$, рост $\rho(\nu, T)$ с частотой ν происходит гораздо медленнее, чем по закону ν^2.

Таким образом, закон равномерного распределения при его применении к проблеме излучения черного тела приводит к полному расхождению теории с экспериментом в области больших частот. Исторически это было первым хорошо изученным случаем полной непригодности классических представлений. Вопиющее противоречие с опытом, к которому привела классическая статистика, побудило современников называть создавшееся положение «ультрафиолетовой катастрофой». Выход из противоречия был найден в создании квантовой теории.

§ 75. Формула Планка

Простейший, хотя и не самый прозрачный с физической стороны способ получения функции спектрального распределения $\rho(\nu, T)$ с учетом квантования заключается в следующем.

Подставим в формулу (74,2) значение средней энергии осциллятора поля, вычисленное по теории квантового осциллятора. При этом опустим нулевую энергию осциллятора $h\nu/2$, выбирая ее за начало отсчета энергии. Тогда

$$\varepsilon = nh\nu \tag{75,1}$$

и

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu \sum n e^{-\frac{h\nu n}{kT}}}{\sum e^{-\frac{h\nu n}{kT}}} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{75,2}$$