

§ 77. Свойства жидкого гелия II

Весьма интересным примером макроскопической системы, в которой сказываются квантовые эффекты, является жидкий гелий II — единственная система, которая остается жидкой вплоть до абсолютного нуля. Все остальные жидкости отвердевают при температурах, которые слишком высоки для того, чтобы при них могли проявляться квантовые эффекты.

Как показывает опыт, жидкий гелий может существовать в двух модификациях, получивших название жидкого гелия I и жидкого гелия II, резко отличающихся друг от друга по своим физическим свойствам.

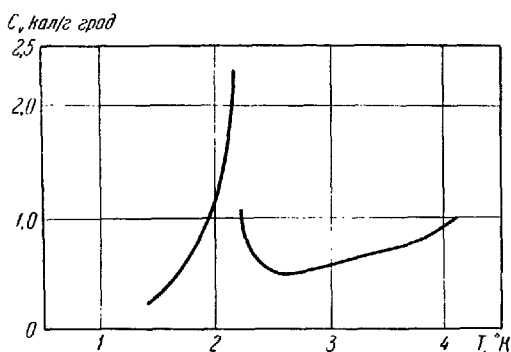


Рис. 76.

На рис. 67 (см. стр. 608) изображена фазовая диаграмма гелия. Из нее видно, что при давлениях, лежащих выше 30 атм, жидкий гелий I, представляющий высокотемпературную модификацию, при понижении температуры переходит в твердое состояние. Однако при давлениях ниже 30 атм гелий не затвердевает ни при каких температурах и остается жидким вплоть до $T = 0^\circ$. На кривой II происходит фазовый переход гелия I в другую модификацию. Об этом свидетельствует ход теплоемкости (рис. 76), плотности и ряда других свойств гелия в зависимости от температуры. Теплоемкость претерпевает скачок в точке перехода; на кривой плотности в этой точке наблюдается излом и т. д. Поскольку скрытая теплота фазового перехода гелий I — гелий II равна нулю, этот фазовый переход является типичным фазовым переходом второго рода.

Жидкий гелий II обладает целым рядом замечательных свойств, обусловленных его квантовой природой. Некоторые из них будут описаны ниже¹⁾.

¹⁾ См. книгу В. Кеезом, Гелий, ИЛ, 1949 (изложению которой мы следуем).

Л. Д. Ландау была предложена статистическая теория жидкого гелия II, основанная на известных допущениях о характере энергетического спектра этой системы. В части V будут изложены новые работы по теории гелия II. В этих работах предположения, положенные в основу теории Ландау, выведены из общих положений квантовой механики системы частиц.

Рассмотрим некоторую порцию жидкого гелия II, заключенную в сосуд. Вся жидкость как целое представляет квантовую систему; ее возможные значения энергии образуют некоторый энергетический спектр. При очень низких температурах пренебрегать дискретным характером энергетического спектра жидкости нельзя, несмотря на то, что жидкость является макроскопической системой. Нам нужно определить характер энергетического спектра макроскопической квантовой системы при весьма малых энергиях возбуждения, когда система может находиться только на уровнях энергии, близких к нормальному уровню, на котором она находится при абсолютном нуле.

Точное вычисление энергетических уровней системы, состоящей из большого числа сильно взаимодействующих частиц, пока не представляется возможным. Это в равной мере относится к жидкому гелию II, к кристаллам, к взаимодействующим между собой электронам и любым другим системам взаимодействующих частиц. Тем не менее можно установить некоторые общие свойства энергетического спектра таких систем при малых энергиях возбуждения. В частности, подобным энергетическим спектром будет обладать и жидкий гелий II, в котором малость энергии возбуждения обеспечивается температурой.

Основным свойством энергетического спектра всякой макроскопической системы при малых энергиях возбуждения является то, что энергию возбуждения можно разложить на совокупность независимых «элементарных возбуждений».

Рассмотрим для конкретности энергетический спектр упругих колебаний кристалла или жидкости при малых энергиях возбуждения. Мы видели ранее, что движение атомов твердого тела можно разложить на независимые, не взаимодействующие друг с другом упругие волны, распространяющиеся по всему объему тела. Единственным различием между кристаллом и квантовой жидкостью является то, что в первом возможно пространство как продольных, так и поперечных волн, тогда как в жидкости могут существовать только продольные волны (волны сжатия и расширения). Каждая из таких волн несет определенную неизменную энергию, которая и может считаться элементарным возбуждением. Энергию всего тела можно рассматривать как совокупность элементарных возбуждений, т. е. как сумму энергий всех независимых упругих волн, распространяющихся в теле. Из сказанного ясно, что элементарное

возбуждение является энергией возбуждения всего тела как целого, но отнюдь не может быть отнесено к отдельному атому в теле, получившему избыточную по сравнению с другими атомами энергию. Каждое из элементарных возбуждений, представляющих звуковую волну, движется вдоль тела, испытывает отражение от его стенок, движется в новом направлении и т. д. Элементарное возбуждение обладает энергией и импульсом.

Движение всех элементарных возбуждений в теле можно уподобить движению не взаимодействующих квазичастиц, квантов возбуждения, образующих внутри тела идеальный газ. Можно провести полную аналогию между световыми волнами и световыми квантами, с одной стороны, и упругими волнами и квантами возбуждения кристалла, с другой стороны. Подобно тому как световое поле можно трактовать как набор световых квантов (фотонов), поле упругих волн в кристалле можно заменить газом квантов возбуждения, часто называемых фононами.

Следует, однако, сделать существенную оговорку. Эта аналогия, очень удобная для выполнения ряда расчетов, имеет лишь формальный характер. Звуковые кванты не имеют непосредственной физической реальности и служат лишь для математического выражения свойств дискретного набора упругих волн в кристалле, поскольку система независимых упругих волн является приближенной картиной теплового движения в твердом теле. Имея в виду эту оговорку, мы будем в дальнейшем считать, что энергия возбуждения тела представляет энергию квантов возбуждения, заполняющих весь его объем подобно идеальному газу. Энергия квантов возбуждения ϵ связана некоторой, в общем случае неизвестной функциональной зависимостью с их импульсом p .

Рассмотрим теперь детальнее энергетический спектр в случае жидкого гелия¹⁾. Основные свойства жидкого гелия можно вывести из некоторых простых предположений о виде спектра. Именно, следует предположить, что в гелии II имеются два вида квантов возбуждения — длинноволновые и коротковолновые. Первые кванты, имеющие большую длину волны λ , несут малый импульс $p = \frac{h}{\lambda}$ и малую энергию $\epsilon(p)$. При малых p можно разложить функцию $\epsilon(p)$ в ряд по степеням p и написать

$$\epsilon \approx \text{const} \cdot p. \quad (77,1)$$

Длинноволновые возбуждения в жидком гелии II представляют упругие продольные волны расширения и сжатия. По-

¹⁾ К вопросу об энергетическом спектре гелия II мы вернемся в ч. VI. Вопрос о коллективных возбуждениях также будет более подробно разобран в ч. VI.

этому постоянная в (77,1) есть просто скорость c распространения звуковых волн. Таким образом, для длинноволновых квантов можно написать

$$\varepsilon = cp. \quad (77,2)$$

В гидродинамике показывается, что при возникновении в жидкости звуковых волн малой амплитуды она приходит в состояние безвихревого (потенциального) движения. Однако в общем случае течение неидеальной (вязкой) жидкости является вихревым. Поэтому помимо продольных звуковых волн в жидком гелии II должны существовать и другие элементарные возбуждения. Именно, мы будем предполагать, что помимо длинноволновых звуковых квантов возбуждения в гелии II существуют еще и коротковолновые кванты возбуждения, длина волны которых близка к некоторой длине λ_0 . Соответствующий импульс коротковолновых квантов близок к $p_0 = \frac{h}{\lambda_0}$. При этом мы примем, что энергия квантов с импульсом p_0 имеет минимальное значение по сравнению со всеми квантами, импульсы которых близки к p_0 . Иными словами, мы будем считать, что энергия элементарных возбуждений имеет вид кривой, изображенной на рис. 77. Тогда можно сказать, что в жидкости помимо длинноволновых квантов возбуждения, импульс которых близок к нулю, будут существовать еще кванты с импульсом $p \approx p_0$. Энергия таких квантов может быть написана в виде

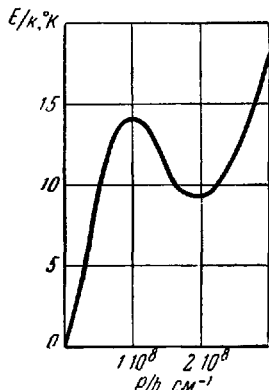


Рис. 77.

$$\varepsilon \approx \varepsilon(p_0) + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu}, \quad (77,3)$$

где $\varepsilon(p_0)$ и μ — постоянные, значения которых должны быть определены из опыта. В разложении (77,3) по степеням $(p - p_0)$ член, пропорциональный первой степени этой разности, отсутствует, поскольку, по предположению, $\varepsilon(p)$ имеет в точке $p = p_0$ минимум. Постоянная во втором члене обозначена через μ , чем подчеркивается, что энергия коротковолновых квантов формально выглядит так же, как энергия обычных частиц.

Разумеется, нет никаких оснований заранее предполагать, что в спектре возбуждения квантовой жидкости преимущественно существуют кванты двух указанных типов. Однако введение подобного вида спектра оправдывается тем, что с его помощью оказывается возможным количественное объяснение всех своеобразных явлений, имеющих место в гелии II.

Вместе с тем нужно иметь в виду, что кроме коротко- и длинноволновых квантов возбуждения в жидкости имеются и кванты промежуточных длин волн, но число таких квантов сравнительно невелико. Кванты возбуждения, как мы только что подчеркивали, движутся по всему объему тела, не взаимодействуя (при малых возбуждениях) друг с другом, подобно частицам идеального газа, заполняющего объем тела. Если длинноволновые кванты возбуждения можно уподобить фотонам, коротковолновые кванты ведут себя, как обычные частицы идеального газа, обладающие массой μ .

Во избежание каких-либо недоразумений, подчеркнем еще раз, что эта аналогия имеет лишь математический характер. В действительности каждый квант возбуждения представляет особый вид движения всех атомов жидкости. Нельзя поэтому представлять коротковолновый квант возбуждения как реальную частицу, движущуюся в жидкости. Однако математическая аналогия между набором квантов возбуждения и идеальным газом позволяет легко найти термодинамические функции жидкого гелия.

§ 78. Статистическая теория жидкого гелия II

Наличие в жидком гелии II квантов теплового возбуждения означает, с макроскопической точки зрения, существование у него свободной энергии F , которую можно считать слагающейся из свободной энергии, обязанной своим происхождением существованию длинно- и коротковолновых квантов возбуждения:

$$F = F_d + F_k. \quad (78,1)$$

Напишем выражение для каждого из слагаемых в отдельности.

Свободную энергию длинноволновых квантов F_d можем сразу написать по аналогии со свободной энергией твердого тела при низкой температуре, учитывая, что теперь могут существовать только продольные волны, а поперечные отсутствуют. Таким образом,

$$3N = \frac{4\pi V v_{\text{макс}}^3}{3c^3}, \quad (78,2)$$

где N — число атомов жидкости в объеме V , $v_{\text{макс}}$ — максимальная частота звуковых волн и c — скорость звука.

Поэтому, подставляя в (53,7) значение $\theta_c = \frac{h v_{\text{макс}}}{k}$ и учитывая (78,2), находим для F_d :

$$F_d = - \frac{4}{45} \frac{\pi^5 (kT)^4 V}{h^3 c^3}. \quad (78,3)$$