

к току в проводниках. Иногда же ток в полупроводниках так же мал, как в самых совершенных диэлектриках.

Тем не менее схематическое разделение всех тел на проводники и диэлектрики является достаточно хорошим приближением, на основе которого возможно построение феноменологической теории электромагнитных явлений в сплошных средах.

§ 2. Поляризация среды в электрическом поле

При вычислении \bar{p} следует различать случаи тела в целом электронейтрального и содержащего отличный от нуля заряд.

Рассмотрим сперва первый случай. Если электронейтральное тело помещено во внешнее электрическое поле, в атомах и молекулах происходит смещение отрицательных и положительных зарядов друг относительно друга. Тело, оставаясь электронейтральным, приобретает дипольный момент. Мы будем характеризовать тело средним дипольным моментом всех его частиц в единице объема. Средний дипольный момент единицы объема будет именоваться вектором поляризации или, кратко, поляризацией \mathbf{P} . Дипольный момент, приобретаемый телом, равен, по определению

$$\mathbf{d} = \int \mathbf{P} dV = \int \rho_{\text{связ}} \mathbf{r} dV. \quad (2,1)$$

Ввиду произвольности объема интегрирования

$$\mathbf{P} = \rho_{\text{связ}} \mathbf{r}. \quad (2,1')$$

Если тело поляризовано равномерно, т. е. \mathbf{P} одинаково во всех точках тела, то $\mathbf{P} = \frac{\mathbf{d}}{V}$. Появление в теле поляризации при известных условиях, которые будут ясны из дальнейшего, сопровождается возникновением среднего объемного заряда $\rho_{\text{связ}}$. Значок (связ) означает, что средний заряд обусловлен смещением зарядов, связанных в атомах тела. Появление связанного, или индуцированного, заряда называется электростатической индукцией или поляризацией.

Для нахождения $\rho_{\text{связ}}$ воспользуемся определением (2,1) и преобразуем интеграл $\int \mathbf{P} dV$ к виду $\int f(\mathbf{P}) \mathbf{r} dV$, где $f(\mathbf{P})$ — некоторая функция поляризации. Тогда, сравнивая $\int f(\mathbf{P}) \mathbf{r} dV$ с $\int \rho_{\text{связ}} \mathbf{r} dV$, можно найти значение $\rho_{\text{связ}}$. Используя формулу (1,53) и полагая в ней $\mathbf{a} = \mathbf{P}$, $\mathbf{b} = \mathbf{r}$, находим

$$\begin{aligned} \int (\mathbf{Pn}) \mathbf{r} dS &= \int \mathbf{r} \operatorname{div} \mathbf{P} dV + \int (\mathbf{P} \operatorname{grad}) \mathbf{r} dV = \\ &= \int \mathbf{r} \operatorname{div} \mathbf{P} dV + \int \mathbf{P} dV. \end{aligned}$$

Выбирая поверхность интегрирования вне объема, занятого телом, имеем

$$\int (\mathbf{Pn}) \mathbf{r} dS = 0,$$

поскольку вне тела поляризация равна нулю. Поэтому

$$\int \mathbf{P} dV = - \int \mathbf{r} \operatorname{div} \mathbf{P} dV. \quad (2,2)$$

Сравнивая (2,2) с (2,1), получаем

$$\rho_{\text{связ}} = -\operatorname{div} \mathbf{P}. \quad (2,3)$$

Таким образом, если поляризация тела неоднородна и вектор \mathbf{P} изменяется от точки к точке и притом изменяется так, что $\operatorname{div} \mathbf{P} \neq 0$, в теле возникает объемный заряд $\rho_{\text{связ}}$, определенный формулой (2,3).

Формуле (2,3) может быть придан наглядный смысл. Пусть внутри тела проведены две воображаемые плоскости S_1 и S_2 . Во внешнем поле заряды, связанные в атомах, заключенных в пространстве между плоскостями, смещаются. Если поляризация неоднородна в пространстве, то, например, поверхность S_2 пересечет большее число зарядов, уходящих из объема, чем поверхность S_1 . В результате из объема, заключенного между плоскостями, выходит больше зарядов, чем входит из соседнего объема. В пространстве между S_2 и S_1 возникает объемный заряд $\rho_{\text{связ}}$.

В частности, когда поверхность служит граничной поверхностью тела, то заряды, приходящие на нее при поляризации, образуют поверхностный заряд. Его плотность $\omega_{\text{связ}}$ определится из следующего простого вычисления. Проинтегрируем (2,3) по объему, заключенному между двумя поверхностями. Выберем эти поверхности так, чтобы одна из них проходила вне тела, а вторая внутри него и обе они отстояли на весьма малом расстоянии h от внешней поверхности тела.

Тогда имеем

$$\begin{aligned} \int \operatorname{div} \mathbf{P} dV &= \oint \mathbf{P} dS = \oint_{\text{вне тела}} P_n dS - \oint_{\text{внутри тела}} P_n dS = \\ &= - \oint_{\text{внутри тела}} P_n dS = - \int \rho_{\text{связ}} dV. \end{aligned} \quad (2,4)$$

Переходя к пределу $h \rightarrow 0$, можем написать

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \int \rho_{\text{связ}} dV &= \oint_S \omega_S dS, \\ \oint_{\text{внутри тела}} P_n dS &\rightarrow P_n dS, \end{aligned}$$

где S означает поверхность тела и значение P_n берется на самой поверхности. Ввиду произвольного характера поверхности тела из равенства

$$\oint_S P_n dS = \int \omega_S dS$$

следует, что

$$\omega_S = P_n. \quad (2,5)$$

Ясно, что полный заряд электронейтрального тела, помещенного во внешнее поле, остается равным нулю. Выбирая в (2,4) поверхность интегрирования вне объема тела, можно написать

$$\int \rho_{\text{связ}} dV = - \int \operatorname{div} \mathbf{P} dV = - \int P_n dS = 0.$$

Таким образом, полный объемный связанный заряд, возникающий в теле, равен полному заряду, индуцированному на его поверхности.

До сих пор мы считали тело электронейтральным. Если полный свободный заряд тела отличен от нуля и распределен в нем с объемной плотностью ρ , то полная средняя плотность заряда

$$\bar{\rho} = \rho_{\text{связ}} + \rho$$

и

$$\int \bar{\rho} dV = \int (\rho_{\text{связ}} + \rho) dV = \int \rho dV = e. \quad (2,6)$$

Заряд тела, характеризуемый плотностью ρ , не связан с атомами вещества и не индуцируется внешним полем. Ниже мы увидим, что в постоянном поле свободный заряд ρ может существовать только у диэлектриков. В проводниках свободные заряды подвижны и смещаются до тех пор, пока не выйдут на его поверхность, образуя поверхностный заряд.

§ 3. Средняя плотность тока и средняя плотность заряда в среде

Несколько более сложной задачей является вычисление средней плотности тока в среде \bar{j} . Это вычисление может быть проведено либо на основе некоторых модельных представлений, либо, более формально, исходя из общих представлений об электромагнитных свойствах среды.

Мы выберем здесь второй путь, поскольку используемые обычно при изложении макроскопической электродинамики модели атомов и молекул не только далеки от действительности, но и по необходимости содержат явно неверные допущения. Как будет пояснено ниже, квантовые эффекты играют основную роль в магнитных свойствах атомов. Поэтому нельзя проводить