Равенство (3,16) показывает, что введенный соотношением (3,13) вектор $\boldsymbol{M}$ представляет средний магнитный момент единицы объема тела, создаваемый движущимися связанными зарядами (ср. § 22 ч. I).

Статистическая теория магнитных явлений будет изложена в гл. III.

С помощью величин $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{M}$ средняя плотность тока в веществе может быть окончательно написана в виде

$$\overline{\rho\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{j}+\frac{\partial\boldsymbol{P}}{\partial t}+c\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{M}. \qquad (3,17)$$

§ 4. Система уравнений для электромагнитного поля в среде

Вычислив средние значения величины $\overline{\rho\boldsymbol{v}}$, мы можем перейти к окончательной формулировке уравнений для электромагнитного поля в среде. Подставляя (3,17) в (1,16), находим

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{B}=\frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}+\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\frac{\partial\boldsymbol{P}}{\partial t}+4\pi\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{M},$$

или

$$\mathrm{rot}\,(\boldsymbol{B}-4\pi\boldsymbol{M})=\frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{E}+4\pi\boldsymbol{P}). \qquad (4,1)$$

Введем новые обозначения, написав

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{B}-4\pi\boldsymbol{M} \qquad (4,2)$$

и

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{D}-4\pi\boldsymbol{P}; \qquad (4,3)$$

перепишем (4,1) в виде

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H}=\frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}+\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}. \qquad (4,4)$$

Обратимся теперь к уравнению (1,17). Выражая среднюю плотность заряда по формуле (2,6) через среднюю плотность свободного ρ и связанного $\rho_{\text{связ}}$ заряда и пользуясь (2,3), получаем

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E}=4\pi\rho+4\pi\rho_{\text{связ}}=4\pi\rho-4\pi\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{P},$$

откуда в силу (4,3)

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{D}=4\pi\rho. \qquad (4,5)$$

Два оставшихся уравнения (1,14) и (1,15), как мы видели, усредняются без каких-либо трудностей,

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}, \qquad (4,6)$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{B}=0. \qquad (4,7)$$

При этом ρ и $\boldsymbol{j}$ связаны между собой уравнением непрерывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\operatorname{div}\boldsymbol{j}=0. \tag{4,8}$$

Совокупность уравнений (4,4)—(4,8) образуют систему уравнений поля в среде. Эта система уравнений была установлена Максвеллом в 1873 г. и именуется уравнениями Максвелла (в отличие от уравнений Максвелла—Лоренца (1,1)—(1,5)). Совершенно ясно, что эта система еще не полна́, поскольку она содержит четыре неизвестных вектора — средние поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ и вспомогательные величины $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{D}$. По историческим причинам вектор $\boldsymbol{H}$ принято именовать магнитным полем в среде, а вектор $\boldsymbol{D}$ — электрической индукцией.

Для того чтобы система уравнений Максвелла стала полной, необходимо задать некоторые дополнительные соотношения, связывающие между собой основные и вспомогательные векторы поля. Эти уравнения носят общее название уравнений связи. В простейшей (однородной и изотропной) среде, рассмотренной выше, вид уравнений связи следует непосредственно из (3,2).

В силу (3,13) и (4,2) имеем

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{B}-4\pi\alpha\boldsymbol{B}=(1-4\pi\alpha)\boldsymbol{B}. \tag{4,9}$$

По историческим причинам принято записывать уравнение связи (4,9) в виде

$$\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}, \tag{4,10}$$

причем постоянная $\mu=\dfrac{1}{1-4\pi\alpha}$ называется магнитной восприимчивостью среды. При этом индуцированный магнитный момент единицы объема $\boldsymbol{M}$ выражают не через $\boldsymbol{B}$, а через $\boldsymbol{H}$ по формуле

$$\boldsymbol{M}=\mu\alpha\boldsymbol{H}=\chi\boldsymbol{H}, \tag{4,11}$$

где χ именуется магнитной восприимчивостью. Из (4,2) и (4,11) следует, что

$$\mu=1+4\pi\chi. \tag{4,12}$$

Аналогично из (3,7) и (4,3) получаем уравнение связи

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}, \tag{4,13}$$

где коэффициент

$$\varepsilon=1+4\pi\varkappa \tag{4,14}$$

называется диэлектрической проницаемостью или, по устаревшей, но часто применяемой терминологии, диэлектрической постоянной. К уравнениям связи относят обычно и соотношение (3,3).

Мы хотели бы подчеркнуть, что в отличие от уравнений Максвелла — Лоренца, являющихся одним из самых точных и универсальных из известных законов природы, система уравнений Максвелла имеет ограниченную область применимости вследствие ограниченной области применимости уравнений связи. Ниже мы остановимся на этом вопросе подробнее.

В дальнейшем будет показано, что электрическая восприимчивость всех тел $\varkappa > 0$ и, соответственно, диэлектрическая проницаемость $\varepsilon > 1$.

Напротив, магнитная восприимчивость χ может быть как положительной, так и отрицательной. Вещества, у которых $\chi > 0$, называются парамагнитными, вещества с $\chi < 0$ — диамагнитными.

Для дальнейшего нам понадобится интегральная форма уравнений Максвелла, которую мы запишем следующим образом:

$$\oint \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{S} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{S}, \tag{4,15}$$

$$\oint \boldsymbol{B}\, d\boldsymbol{S} = 0, \tag{4,16}$$

$$\oint \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{S} = \frac{4\pi}{c}\int \boldsymbol{j}\, d\boldsymbol{S} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{D}\, d\boldsymbol{S}, \tag{4,17}$$

$$\oint \boldsymbol{D}\, d\boldsymbol{S} = 4\pi \int \rho\, dV. \tag{4,18}$$

Совершенно так же, как это было сделано в § 10 ч. I для электромагнитного поля в вакууме, можно ввести электромагнитные потенциалы φ и $\boldsymbol{A}$ в веществе. Определим их формулами

$$\boldsymbol{B} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A}, \tag{4,19}$$

$$\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - \operatorname{grad}\varphi; \tag{4,20}$$

при этом условие Лоренца приобретает вид

$$\operatorname{div} \boldsymbol{A} = -\frac{\varepsilon\mu}{c}\frac{\partial \varphi}{\partial t}. \tag{4,21}$$

Повторяя выкладки § 10 ч. I, легко прийти к уравнениям для потенциалов

$$\Delta \boldsymbol{A} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi\mu}{c}\boldsymbol{j}, \tag{4,22}$$

$$\Delta \varphi - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon}\rho. \tag{4,23}$$