

граней — бесконечно малой второго порядка. Из (4,16) находим

$$(B_n^{(1)} - B_n^{(2)}) S_1 + \text{б. м. второго порядка} = 0$$

или, переходя к пределу,

$$B_n^{(1)} = B_n^{(2)}. \quad (5,5)$$

Нормальная слагающая вектора магнитной индукции при переходе через границу раздела сохраняется.

Аналогично из (4,18) находим

$$D_n^{(1)} = D_n^{(2)} + 4\pi\omega_S, \quad (5,6)$$

где ω_S — поверхностная плотность заряда, определяемая, как и выше,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \int \rho dV = \int \omega_S dS.$$

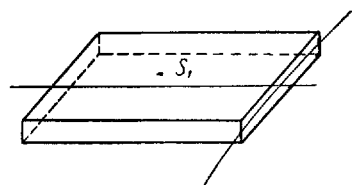


Рис. 84.

Если поверхностная плотность заряда $\omega_S = 0$, то

$$D_n^{(1)} = D_n^{(2)}. \quad (5,7)$$

Уравнения (5,2), (5,3), (5,5) и (5,6) являются граничными условиями, которым должны удовлетворять векторы поля на границе раздела сред. В частности, на границе с вакуумом следует положить в этих формулах $\epsilon_2 = \mu_2 = 1$.

§ 6. Пределы применимости системы уравнений связи

Мы получили систему уравнений Максвелла (вместе с уравнениями связи) из уравнений Максвелла — Лоренца путем усреднения, основываясь на некоторых допущениях о свойствах среды.

Хотя эти допущения носили довольно общий характер, они выполняются отнюдь не всегда. Оказывается, что область применимости уравнений связи и, следовательно, уравнений Максвелла в простейшей форме (4,4) — (4,7) достаточно ограничена. Мы должны особенно подчеркнуть эти ограничения потому, что в настоящее время в физике приходится все чаще сталкиваться с системами, к которым уравнения Максвелла в написанном нами виде неприменимы. Обычно в правой части уравнения (4,4) одно из слагаемых велико, тогда как другое — мало. Так, в идеальных диэлектриках ток проводимости $\mathbf{j} = 0$, а в реальных диэлектриках он весьма мал по сравнению с током смещения $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$. Напротив, в проводниках обычно мал ток смещения.

Поэтому уравнение (4,4) следует рассматривать как некоторое общее выражение, включающее в себя предельные реальные

случаи, но почти всегда упрощаемое при фактическом использовании. Между тем оно приведено во всех старых и многих новых руководствах без должных оговорок.

Перейдем теперь к разбору допущений, сделанных при выводе уравнений Максвелла. Основным допущением является разложение (3,2). Это разложение означает, прежде всего, что среда является изотропной, так что связь между вектором $\rho\mathbf{v}$ и векторами \mathbf{E} , $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ и $\text{rot } \mathbf{B}$ характеризуется скалярными постоянными σ , κ , α . Совершенно очевидно, что это допущение неприменимо к анизотропным средам, в частности к монокристаллам. Поэтому в анизотропных средах теряют силу соотношения (4,10) и (4,13), которые должны быть заменены тензорными выражениями

$$\begin{aligned} D_i &= \epsilon_{ik} E_k, \\ B_i &= \mu_{ik} H_k. \end{aligned} \quad (6,1)$$

Величины ϵ_{ik} и μ_{ik} — симметричные тензоры второго ранга. Доказательство последнего утверждения будет дано в § 13. Далее, само существование линейного соотношения между \mathbf{M} и \mathbf{B} или, что то же самое, между \mathbf{B} и \mathbf{H} оказывается невыполненным у сравнительно немногочисленной, но весьма важной группы веществ, именуемых ферромагнетиками и антиферромагнетиками. В этих веществах функциональная зависимость между \mathbf{B} и \mathbf{H} имеет сложный нелинейный и притом неоднозначный характер. Ниже мы остановимся на теории ферромагнетизма.

Другая группа веществ, именуемых сегнетоэлектриками, обладает электрическими свойствами, сходными с магнитными свойствами ферромагнетиков: зависимость \mathbf{D} от \mathbf{E} является нелинейной и неоднозначной.

Таким образом, у ферромагнетиков и сегнетоэлектриков выражение (3,2), в котором удержаны первые члены разложения, теряют смысл.

Ряд веществ, названных сверхпроводниками, обнаруживает при низких температурах глубокое изменение магнитных свойств. Магнитное поле не проникает в глубь сверхпроводников, так что в объеме сверхпроводника выполнено условие

$$\mathbf{B} = 0.$$

Очевидно, что уравнения Максвелла в форме (4,4)—(4,7) не описывают поведение сверхпроводников. Свойства сверхпроводников будут описаны в § 21, а теория сверхпроводимости будет изложена в ч. VI. Более сложным является вопрос о применимости разложения (3,2) в случае полей высокой частоты и в пространственно-неоднородных системах.

При переходе к высоким частотам разделение тока на две части — ток свободных и связанных зарядов — теряет смысл.

Ясно, что в высокочастотном поле заряды как свободные, так и связанные совершают практически одинаковое колебательное движение. Рассуждая, далее, количественно, можно утверждать, что разложение (3,2) предполагает, что изменение полей в пространстве должно быть достаточно плавным и происходить на расстояниях, больших по сравнению с молекулярными размерами a . В противном случае потеряло бы смысл макроскопическое усреднение по объему, включающее достаточно большое число молекул. Поскольку изменение в пространстве происходит на длине волны, должно выполняться неравенство $\lambda \gg a$, и следовательно, мы ограничены частотами, много меньшими $\omega_0 < c/a$.

Однако это ограничение не является еще самым сильным. В области $\omega \ll \omega_0$ существует широкий интервал частот, в котором уравнение связи (4,13) оказывается неприменимым. Это уравнение, так же как и (3,2), предполагает, что частота поля мала по сравнению с обратным временем релаксации $1/\tau$, характерным для данного вещества. При этом поляризация \mathbf{P} в некоторой точке пространства в момент времени t определяется индукцией (средним полем) в той же точке и в тот же момент времени. Если же частота сравнима с обратным временем $1/\tau$, то поляризация будет отставать от поля и станет зависящей от истории процесса. При этом вместо (4,13) мы должны будем написать более общее соотношение:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t \epsilon(t, t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt', \quad (6,2)$$

где интегрирование ведется по всем более ранним временам ($t' < t$) и функция $\epsilon(t, t')$ определяет образование поляризации в результате воздействия поля в предыдущие моменты времени. Поскольку время течет равномерно, никакого выделенного момента времени не существует. Это значит, что функция $\epsilon(t, t')$ может зависеть только от времени, которое протекло между моментом t' и моментом t , иными словами, от аргумента $(t - t')$. Таким образом,

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t \epsilon(t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt'. \quad (6,3)$$

Заметим при этом, что частоты, при которых уравнение (4,13) теряет свою применимость, весьма малы по сравнению с ω_0 . Действительно, времена релаксации τ всегда меньше или

равны характерным атомным временам $\tau_{ат} \sim \frac{a}{v}$, где v — скорость электронов в атомах. Поэтому

$$\omega \sim \frac{1}{\tau_{ат}} \sim \frac{v}{a} \sim \frac{v}{c} \omega_0 \ll \omega_0. \quad (6,4)$$

Рассмотрение, которое будет проведено в § 32, покажет, что в области частот, приближающихся к характерным атомным частотам, диэлектрическая проницаемость оказывается зависящей от частоты. Поэтому явление это получило название частотной, или временной, дисперсии.

При высоких частотах наступает и другое явление, получившее название пространственной дисперсии. Именно для применимости уравнения связи (4,13) длина волны должна быть велика не только по сравнению с размерами атома, но также и с размерами области пространственной неоднородности в веществе. Если обозначить размер области неоднородности через l , то необходимо соблюдение неравенства $\lambda > l$. Если $\lambda \sim l$, то поляризация в данной точке пространства будет зависеть от значения поля в соседних точках пространства в предыдущие моменты времени, т. е.

$$D(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t-t') E(\mathbf{r}', t') dV'. \quad (6,5)$$

Выражение (6,5) показывает, что вклад в поляризацию в данной точке и в данный момент делают заряды, находившиеся ранее в соседних точках пространства. В качестве примеров среды с пространственной дисперсией можно назвать, например, плазму и металлы.

Все сказанное о временной и пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости относится также и к магнитной проницаемости. Мы видим, таким образом, что приведенная в § 4 форма записи уравнений связи, а следовательно, и уравнений Максвелла в их простейшем виде применима лишь в случае изотропных сред, не обнаруживающих временной и пространственной дисперсии и не являющихся ферромагнитными или сегнетоэлектрическими.

§ 7. Закон сохранения энергии

Вывод закона сохранения энергии в непоглощающей, изотропной, неферромагнитной, несегнетоэлектрической среде в отсутствие пространственной и временной дисперсии ничем не отличается от аналогичных вычислений, проведенных в § 12 ч. I.