равны характерным атомным временам $\tau_{ат} \sim \frac{a}{v}$, где v — скорость электронов в атомах. Поэтому

$$\omega \sim \frac{1}{\tau_{ат}} \sim \frac{v}{a} \sim \frac{v}{c}\omega_0 \ll \omega_0. \tag{6,4}$$

Рассмотрение, которое будет проведено в § 32, покажет, что в области частот, приближающихся к характерным атомным частотам, диэлектрическая проницаемость оказывается зависящей от частоты. Поэтому явление это получило название частотной, или временной, дисперсии.

При высоких частотах наступает и другое явление, получившее название пространственной дисперсии. Именно для применимости уравнения связи (4,13) длина волны должна быть велика не только по сравнению с размерами атома, но также и с размерами области пространственной неоднородности в веществе. Если обозначить размер области неоднородности через l, то необходимо соблюдение неравенства $\lambda > l$. Если $\lambda \sim l$, то поляризация в данной точке пространства будет зависеть от значения поля в соседних точках пространства в предыдущие моменты времени, т. е.

$$D(r, t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \int \varepsilon(r, r', t - t') E(r', t')\, dV'. \tag{6,5}$$

Выражение (6,5) показывает, что вклад в поляризацию в данной точке и в данный момент делают заряды, находившиеся ранее в соседних точках пространства. В качестве примеров среды с пространственной дисперсией можно назвать, например, плазму и металлы.

Все сказанное о временно́й и пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости относится также и к магнитной проницаемости. Мы видим, таким образом, что приведенная в § 4 форма записи уравнений связи, а следовательно, и уравнений Максвелла в их простейшем виде применима лишь в случае изотропных сред, не обнаруживающих временно́й и пространственной дисперсии и не являющихся ферромагнитными или сегнетоэлектрическими.

§ 7. Закон сохранения энергии

Вывод закона сохранения энергии в непоглощающей, изотропной, неферромагнитной, несегнетоэлектрической среде в отсутствие пространственной и временно́й дисперсии ничем не отличается от аналогичных вычислений, проведенных в § 12 ч. I.

Именно: если все тела (проводники и диэлектрики), находящиеся в поле, неподвижны, то работа, произведенная (в единицу времени) электрическим полем над зарядами, равна

$$\frac{dW}{dt}=\int \boldsymbol{jE}\,dV=\frac{c}{4\pi}\int \boldsymbol{E}\operatorname{rot}\boldsymbol{H}\,dV-\frac{1}{4\pi}\int \boldsymbol{E}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\,dV=$$
$$=\frac{c}{4\pi}\int(\boldsymbol{E}\operatorname{rot}\boldsymbol{H}-\boldsymbol{H}\operatorname{rot}\boldsymbol{E})\,dV-\frac{1}{4\pi}\int\left(\boldsymbol{E}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}+\boldsymbol{H}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\right)dV=$$
$$=-\oint \boldsymbol{\sigma}\,d\boldsymbol{S}-\int\frac{\partial}{\partial t}u_0\,dV.$$

При этом мы прибавили к вычисляемому интегралу выражение, равное нулю в силу (4,13), и обозначили через u_0 плотность энергии электромагнитного поля в среде

$$u_0=\frac{\varepsilon E^2+\mu H^2}{8\pi} \qquad (7,1)$$

и через σ — вектор Пойнтинга

$$\boldsymbol{\sigma}=\frac{c}{4\pi}[\boldsymbol{EH}]=\frac{c}{4\pi\mu}[\boldsymbol{EB}]. \qquad (7,2)$$

Удобно записать закон сохранения энергии в виде

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int u_0\,dV=\oint \boldsymbol{\sigma}\,d\boldsymbol{S}+\frac{dW}{dt}. \qquad (7,3)$$

В дифференциальной форме закон сохранения энергии выражается соотношением

$$-\frac{\partial}{\partial t}\frac{\varepsilon E^2+\mu H^2}{8\pi}=\boldsymbol{jE}+\operatorname{div}\boldsymbol{\sigma}. \qquad (7,4)$$

Интерпретация закона сохранения энергии в среде не отличается, в принципе, от данной нами в гл. I для пустоты. Следует лишь отметить то обстоятельство, что в (7,4) входит только плотность тока свободных зарядов j. При движении свободных зарядов в неподвижном проводнике вся механическая работа поля полностью переходит в тепло, именуемое джоулевым теплом. Механизм последнего процесса зависит от конкретных свойств проводников. Мы коснемся еще этого вопроса в дальнейшем. Обозначив через Q_0 джоулево тепло, выделяющееся в единице объема за 1 *сек* и равное

$$Q_0=\boldsymbol{jE}=\frac{j^2}{\sigma},$$

мы можем написать закон сохранения энергии в виде

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int u_0\,dV=\int Q_0\,dV+\oint \sigma\,d\boldsymbol{S}.$$

Величины

$$\frac{\varepsilon E^2}{8\pi} = \frac{DE}{8\pi} \quad \text{и} \quad \frac{\mu H^2}{8\pi} = \frac{BH}{8\pi}$$

представляют соответственно плотность электрической и магнитной энергии единицы объема.

Поскольку, однако, величины ε и μ в веществе являются функциями температуры, все наше рассмотрение предполагает постоянство температуры среды. Поэтому величину $\frac{ED+BH}{8\pi}$ следует трактовать как свободную энергию единицы объема среды.

К закону сохранения энергии в случае переменных во времени полей мы вернемся еще раз в § 31.