

электрического поля не зависит от распределения магнитного поля. Последнее определяется заданием плотности тока j во всем пространстве.

На границе раздела проводящих сред должны выполняться граничные условия:

$$E_{tg}^{(1)} = E_{tg}^{(2)}, \quad (14,5)$$

или

$$\frac{j_{tg}^{(1)}}{\sigma^{(1)}} = \frac{j_{tg}^{(2)}}{\sigma^{(2)}} \quad (14,6)$$

и

$$j_n^{(1)} = j_n^{(2)}. \quad (14,7)$$

Первое из них совпадает с (5,2), второе получается из уравнения непрерывности так же, как, например, условие (5,5).

Наглядно граничные условия (14,6)—(14,7) можно интерпретировать как преломление линий тока на границе раздела по закону:

$$\frac{tg \alpha_1}{tg \alpha_2} = \frac{\sigma^{(1)}}{\sigma^{(2)}}, \quad (14,8)$$

где α — угол между линией тока и нормалью к поверхности в соответствующих средах.

На границе раздела проводник — диэлектрик выполняется граничное условие

$$j_n = 0. \quad (14,9)$$

Магнитные векторы удовлетворяют граничным условиям, рассмотренным в § 5.

§ 15. Линейный проводник с постоянным током

Рассмотрим прежде всего весьма важный случай линейного проводника с постоянным током. Под линейным мы будем понимать проводник, длина которого весьма велика по сравнению с его поперечными размерами. Линейные проводники часто именуют также проводами. Вектор плотности тока в линейном проводнике можно, в силу граничного условия (14,9) на его поверхности, с большой степенью точности считать параллельным вектору dl , касательному к оси проводника.

Таким образом, в каждой данной точке линейного проводника можно написать

$$j dl = j dl. \quad (15,1)$$

Введем в рассмотрение полный ток I , проходящий через сечение линейного проводника, нормальное к оси проводника

(или, что то же самое, нормальное к линиям тока). По определению

$$I = \int \mathbf{j} d\mathbf{S} = \int \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^{\text{стоп}}) d\mathbf{S}, \quad (15,2)$$

где интегрирование ведется по сечению линейного контура с током

Уравнение непрерывности (14,4) и граничное условие позволяют написать

$$\oint \mathbf{j} d\mathbf{S} = 0$$

или

$$I = \int \mathbf{j} d\mathbf{S} = jS = \text{const}, \quad (15,3)$$

где S — поперечное сечение проводника в данном месте.

Уравнение непрерывности в интегральной форме показывает, что через любое сечение линейного проводника идет одинаковый ток I .

Принтегрируем формулу обобщенного закона Ома (15,1) вдоль линейного контура с током. Имеем, очевидно,

$$\int_1^2 \mathbf{j} \frac{d\mathbf{l}}{\sigma} = \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} + \int_1^2 \mathbf{E}^{\text{стоп}} d\mathbf{l}.$$

Первый интеграл преобразуем, написав

$$\int_1^2 \mathbf{j} \frac{d\mathbf{l}}{\sigma} = \int_1^2 \mathbf{j} \frac{d\mathbf{l}S}{\sigma S} = I \int_1^2 \frac{d\mathbf{l}}{\sigma S} = IR_{12}, \quad (15,4)$$

где R_{12} представляет омическое сопротивление проводника на участке (1,2). Тогда имеем

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}^{\text{стоп}}, \quad (15,5)$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ — разность потенциалов между точками 1 и 2 и

$$\mathcal{E}_{12}^{\text{стоп}} = \int_1^2 \mathbf{E}^{\text{стоп}} d\mathbf{l} \quad (15,6)$$

носит название сторонней электродвижущей силы (э. д. с.) на участке (1,2).

Если на данном участке провода сторонней силы нет, $\mathbf{E}^{\text{стоп}} = 0$, то (15,5) превращается в простой закон Ома.

Если контур замкнут и точки 1 и 2 совпадают, поскольку в силу (14,2) поле E имеет потенциальный характер, интеграл $\oint E dl = 0$ и

$$IR = \mathcal{E}^{\text{стоп}}, \quad (15,7)$$

где R — сопротивление всего линейного контура и

$$\mathcal{E}^{\text{стоп}} = \oint E^{\text{стоп}} dl. \quad (15,8)$$

Произведение силы тока на полное сопротивление линейного контура с током равно э.д.с. замкнутой цепи с током.

Рассмотрим теперь энергетические соотношения для линейного контура с током.

Как мы подчеркивали, вся работа тока в цепи постоянного тока переходит в тепло. Поэтому полное тепло, выделившееся в линейном проводнике,

$$\begin{aligned} Q &= \int \frac{j^2}{\sigma} dV = \int j(E + E^{\text{стоп}}) dV = - \int j \operatorname{grad} \varphi dV + \int j E^{\text{стоп}} dV = \\ &= \int j E^{\text{стоп}} dV - \int \operatorname{div} (j\varphi) dV + \int \varphi \operatorname{div} j dV = \\ &= \int j E^{\text{стоп}} dV - \oint \varphi j_n dS = \int j E^{\text{стоп}} dV \end{aligned}$$

в силу (14,2), (14,4) и (14,9).

Полное тепло, выделяющееся в цепи, оказывается равным работе сторонних сил.

§ 16. Постоянный ток в проводящей среде

Другим предельным случаем является прохождение тока в системе, состоящей из хороших проводников (например, металлических электродов), погруженных в проводящую среду. Если считать, что сторонние силы в проводящей среде отсутствуют, уравнения для электрического поля можно написать в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} E &= 0, \\ \operatorname{div} j &= \operatorname{div} \sigma E = 0. \end{aligned}$$

В однородной среде, при $\sigma = \text{const}$, последнее выражение приобретает вид

$$\operatorname{div} E = 0.$$

Вводя потенциал поля φ , находим, что он удовлетворяет уравнению

$$\Delta \varphi = 0. \quad (16,1)$$