

равен нулю, энергия системы в магнитном поле оказывается равной (см. гл. VIII ч. V)

$$\epsilon_i = \epsilon_i^{(0)} - \frac{eh}{2\pi mc} S_z H, \quad (18,11)$$

где S_z — проекция спинового момента на направление поля, принимающая дискретный ряд значений:

$$S_z = -S, -S+1, \dots, (S-1), S.$$

У подобной системы i -й уровень распадается на $(2S+1)$ подуровней:

$$\epsilon_i = \epsilon_i^{(0)} + \frac{eh}{2\pi mc} SH, \dots, \epsilon_i^{(0)} - \frac{eh}{2\pi mc} SH. \quad (18,12)$$

Общий случай, когда L и S отличны от нуля одновременно, мы рассматривать не будем.

В магнитном поле система, находящаяся в i -м состоянии, будет обладать средним (в квантовомеханическом смысле) магнитным моментом

$$(\mu_i)_{cp} = - \frac{\partial \epsilon_i}{\partial H} = \frac{eh}{4\pi mc} L_z \quad (18,13)$$

или

$$(\mu_i)_{cp} = - \frac{\partial \epsilon_i}{\partial H} = \frac{eh}{2\pi mc} S_z. \quad (18,14)$$

Мы видим, что магнитный момент системы имеет положительный знак, т. е. что система, имеющая собственный механический момент, является парамагнитной. Отношение магнитного момента к орбитальному механическому равно $\frac{eh}{4\pi mc}$. Для спинового момента это отношение вдвое больше.

§ 19. Парамагнитная восприимчивость

Рассмотрим теперь поведение системы, содержащей большое число атомов или молекул во внешнем магнитном поле. Магнитное поле оказывает ориентирующее влияние на магнитные моменты атомов, стремясь установить их вдоль поля. Тепловое движение расстраивает правильное расположение моментов. В результате конкуренции этих процессов устанавливается некоторое среднее распределение ориентаций магнитных моментов относительно направления поля. Этому среднему распределению элементарных магнитных моментов отвечает средний магнитный момент всей системы.

Найдем результирующий магнитный момент системы атомов по общей формуле. При этом будем считать, что взаимодей-

стве между магнитными моментами отсутствует и каждый магнитный момент свободно ориентируется во внешнем поле. Для законности этого предположения необходимо, чтобы среднее расстояние между атомами было достаточно велико. Примеры подобных систем будут даны ниже. Если исходное предположение выполнено, то каждую частицу можно считать отдельной подсистемой, имеющей в поле энергию, даваемую формулой (18,9). Среднее значение магнитного момента частицы может быть найдено с помощью формулы (18,1).

Именно для функции состояний имеем

$$z = \sum e^{-\frac{\epsilon_i^{(0)} - \frac{eh}{4\pi mc} L_z H}{kT}} \Omega(\epsilon_i). \quad (19,1)$$

Суммирование ведется по всем значениям энергии подсистемы. Поскольку в магнитном поле вместо одного уровня энергии возникает $(2L + 1)$ близких уровней энергии, суммирование в (19,1) ведется по всем уровням энергии i , а также в пределах данного уровня по всем подуровням, определяемым формулой (18,9), отличающимися друг от друга дискретными значениями магнитной энергии $\frac{ehL_z H}{4\pi mc}$, так как L_z принимает дискретный ряд значений. Выражение (19,1) можно существенно упростить, если учесть, что в атомных системах расстояние между уровнями очень велико по сравнению с тепловой энергией kT . Благодаря этому члены суммы будут быстро убывать и в ней можно ограничиться первым членом, относящимся к основному уровню энергии ϵ_0 . В магнитном поле последний уровень распадается на $(2L + 1)$ или $(2S + 1)$ подуровней в зависимости от того, какая из величин — L или S — в основном состоянии отлична от нуля. В первом случае можно написать

$$z = e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} \sum e^{\frac{eh}{4\pi mc} \frac{L_z H}{kT}} \Omega(\epsilon_0), \quad (19,2)$$

где сумма берется по указанным подуровням.

В дальнейшем рассмотрим два предельных случая:

$$\frac{eh}{4\pi mc} L_z H \gg kT \quad (19,3)$$

и

$$\frac{eh}{4\pi mc} L_z H \ll kT. \quad (19,4)$$

Благодаря малости магнитного момента, условие (19,4) выполнено в любых достижимых полях при не очень низкой температуре. Если условие (19,4) выполнено, то экспоненту в (19,2)

можно разложить в ряд и ограничиться членами, линейными по полю:

$$z = e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}} \Omega(\varepsilon_0) \sum_{L_z=-L}^{L_z=L} \left(1 + \frac{eh}{4\pi mc} \frac{L_z H}{kT} + \frac{1}{2} \left(\frac{eh}{4\pi mc} \right)^2 \left(\frac{L_z H}{kT} \right)^2 + \dots \right).$$

Выполняя суммирование, имеем

$$\begin{aligned} \sum 1 &= 2L + 1, \\ \sum L_z &= 0, \\ \sum L_z^2 &= \frac{1}{3} L(L+1)(2L+1). \end{aligned}$$

Тогда получаем

$$z = e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}} (2L+1) \Omega(\varepsilon_0) \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{eh}{4\pi mc} \right)^2 \frac{L(L+1)H^2}{(kT)^2} \right]. \quad (19,5)$$

Функция состояний всей системы, состоящей из независимых друг от друга частиц, равна, очевидно, $Z = z^N$.

Согласно (18,1) средний магнитный момент всей системы равен

$$M = kT \frac{\partial \ln Z}{\partial H} = NkT \frac{\partial \ln z}{\partial H} \approx \frac{1}{3} \left(\frac{eh}{4\pi mc} \right)^2 \frac{L(L+1)NH}{kT}. \quad (19,6)$$

Парамагнитная восприимчивость, отнесенная к N молекулам, имеет вид

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{1}{3} \left(\frac{eh}{4\pi mc} \right)^2 \frac{L(L+1)N}{kT}. \quad (19,7)$$

Если магнитный момент обусловлен не орбитальным, а спиновым моментом, вместо (19,6) в силу (18,14) имеем

$$M = \frac{1}{3} \left(\frac{eh}{2\pi mc} \right)^2 \frac{S(S+1)NH}{kT}, \quad (19,8)$$

а вместо (19,7) получим

$$\chi = \frac{1}{3} \left(\frac{eh}{2\pi mc} \right)^2 \frac{S(S+1)N}{kT}. \quad (19,9)$$

Если, наконец, система имеет орбитальный и спиновый моменты, то для χ получается аналогичное выражение, но с коэффициентом в числителе, имеющим промежуточное между (19,7) и (19,9) значение.

Во всех рассмотренных случаях парамагнитная восприимчивость оказывается обратно пропорциональной температуре T . Кроме температуры, магнитная восприимчивость (19,7) и (19,9) содержит только постоянный множитель, состоящий из универ-

сальных постоянных и величины орбитального или спинового моментов соответственно.

Переходя ко второму предельному случаю, когда удовлетворено условие (19,3), мы видим, что из всех членов суммы в (19,1) нужно сохранить только один, отвечающий значению магнитной части энергии $\frac{eh}{4\pi mc} LH$. Остальные члены суммы, содержащиеся слагаемые $\frac{eh(L-1)H}{4\pi mc}$, $\frac{eh}{4\pi mc}(L-2)H$ и т. д. будут гораздо меньше первого. Причина этого ясна: неравенство (19,3) означает, что энергия ориентации в магнитном поле велика по сравнению с тепловой энергией и все магнитные моменты будут ориентированы по полю, так что их проекция L_z будет равна L , т. е. наступит полное насыщение.

Опуская в сумме (19,2) все члены, кроме первого, находим

$$z = e^{-\frac{e_0}{kT}} e^{\frac{eh}{4\pi mc} \frac{LH}{kT}}, \quad (19,10)$$

откуда

$$M = NkT \frac{\partial \ln z}{\partial H} = \frac{ehN}{4\pi mc} LH \quad (19,11)$$

или

$$M = \frac{ehN}{2\pi mc} SH \quad (19,12)$$

(в зависимости от природы магнитного момента). Таким образом, наступает полное насыщение, и все моменты устанавливаются вдоль поля. В промежуточном случае можно получить общую формулу для зависимости магнитного момента от поля.

Переходя к вопросу о сравнении с экспериментом, заметим, что все величины в формулах (19,7) и (19,9) известны. Поэтому вычисленные восприимчивости можно непосредственно сравнить с экспериментальными значениями для тех систем, у которых выполняется исходное предположение — отсутствие взаимодействия между частицами, обладающими магнитным моментом. Нужно заметить, что число таких систем очень невелико. Большинство атомов и молекул в нормальном состоянии имеют равные нулю орбитальный и спиновый моменты ($L=S=0$). У тех веществ, которые обладают в нормальном состоянии магнитным моментом и парамагнитной восприимчивостью, имеется также и диамагнитная восприимчивость. Однако последняя составляет сравнительно небольшую (хоть иногда вполне ощутимую) часть парамагнитной восприимчивости. Для получения истинного значения парамагнитной восприимчивости к ее измеренному значению необходимо прибавить величину диамагнитной восприимчивости. Получение атомных парамагнитных веществ в газообразном состоянии и измерение их восприимчивости

является не простой задачей. Тем не менее, были произведены измерения восприимчивости паров К, которые привели к значению парамагнитной восприимчивости, равной $\frac{0,38}{T}$, что согласуется с теоретическим значением $\frac{0,37}{T}$. Точность измерений невелика, и они не могут быть использованы для полной проверки формулы (19,9).

Наиболее удобными объектами для проверки изложенной выше теории парамагнитной восприимчивости являются:

1) Водные растворы или твердые кристаллогидраты солей, содержащих ионы с механическим орбитальным или спиновым моментом, отличным от нуля. Такими ионами являются ионы элементов группы редких земель и переходных элементов группы железа в растворах или кристаллогидратах. В водных растворах и кристаллогидратах парамагнитные ионы отделены друг от друга большим числом молекул воды. Поэтому энергия

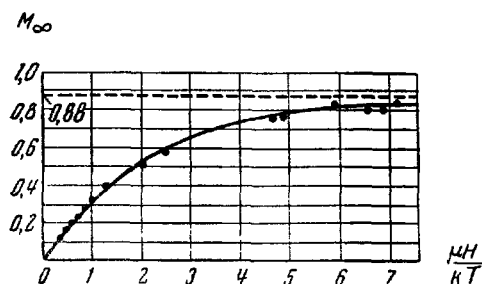


Рис. 90.

взаимодействия между ними весьма мала. Согласие теории с экспериментом оказывается превосходным. Это подтверждается на примере гадолиния Cd^{3+} . У этого иона $L=0$ и $S=\frac{7}{2}$. Его магнитный момент и восприимчивость выражаются формулами (19,8) и (19,9). Теоретическая зависимость магнитного момента от величины $\frac{\mu H}{kT}$ представлена на рис. 90 сплошной кривой.

Точками обозначены измеренные значения M .

2) Молекулы парамагнитных газов (O_2 , NO и т. п.). Электрическое поле молекул не обладает сферической симметрией, механический момент их не имеет фиксированного значения и среднее его значение равно нулю. Если, однако, молекула обладает отличным от нуля спином, то она имеет магнитный момент, связанный со спином соотношением (18,14). Число молекул, имеющих спин, отличный от нуля, сравнительно невелико. В качестве примера можно привести молекулу кислорода O_2 , спин которой $S=1$. Из формулы (19,9) для магнитной восприимчивости 1 см^3 кислорода при нормальных условиях получаем $\chi = 0,142 \cdot 10^{-6}$. Измеренное значение равно $\chi = 0,143 \cdot 10^{-6}$. Согласие оказывается превосходным.

Мы не можем входить здесь в обсуждение более сложных случаев молекул, имеющих отличную от нуля проекцию механического момента на ось симметрии, а также случаев, когда спин молекулы нельзя считать свободно ориентирующимся в пространстве¹⁾.

§ 20. Ферромагнетизм — спонтанное намагничение и гистерезис

Ферромагнетизм представляет собой совершенно специфическое явление, которое может иметь место только в твердой фазе и притом у сравнительно ограниченного круга веществ — элементов группы железа и довольно значительного числа сплавов.

Как мы уже подчеркивали ранее, магнитные свойства ферромагнетиков принципиально отличаются от магнитных свойств других тел. Именно, в ферромагнетиках не только не существует пропорциональности между векторами \mathbf{B} и \mathbf{H} , но индукция является сложной и неоднозначной функцией поля

$$\mathbf{B} = f(\mathbf{H}).$$

Значение $f(\mathbf{H})$ зависит от предыстории процесса намагничения.

С ростом внешнего поля \mathbf{H} индукция ферромагнитного образца растет по кривой, характерный вид которой показан на рис. 91. При выключении поля индукция снижается, но не доходит до нуля, так что в теле остается некоторая остаточная намагниченность, существующая даже в отсутствие внешнего поля. Эта намагниченность может быть снижена до нуля изменением направления внешнего поля. Повторение процесса происходит по характерному циклу, также изображенному на рис. 91. Этот цикл называется гистерезисом.

Существование подобной связи между \mathbf{B} и \mathbf{H} означает, что в соотношении

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$$

средний магнитный момент (намагниченность) тела следует рассматривать как величину, определяющуюся состоянием тела как целого. Это значит, что связь между \mathbf{M} и \mathbf{H} имеет в ферромагнитном теле сложный характер и задание \mathbf{H} само по себе еще не определяет величину намагничения. Ниже мы обсудим

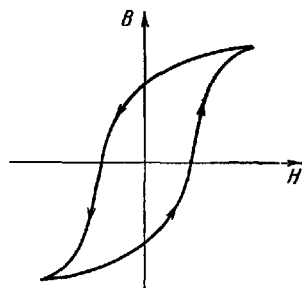


Рис. 91.

¹⁾ См., например, Блох, Молекулярная теория магнетизма, ГТТИ, 1936; С. В. Вонсовский, Современное учение о магнетизме, Гостехиздат, 1952.