

температуры  $T$  плазмы, отвечающей равновесию между электронами и ионами, требует времени релаксации  $\tau_T \gg \tau$ .

Наличие неполного равновесия в плазме, характеризующейся при этом двумя температурами, не очень сильно отражается на описанном выше свойстве экранирования.

## § 42. Плазма в стационарном электромагнитном поле

Если поместить плазму в стационарное внешнее электрическое поле  $E$ , то в ней возникнет электрический ток, который можно вычислить.

В отсутствие внешнего электрического поля имеет место максвелловское распределение скоростей у ионов и электронов в плазме. При наложении стационарного внешнего электрического поля  $E$  начнется преимущественное движение электронов и ионов в разных направлениях. В плазме возникает ток в направлении приложенного электрического поля, плотность которого равна

$$j = \sigma E. \quad (42,1)$$

До сих пор мы ограничивались макроскопическим описанием и не пытались выделить смысл электропроводности  $\sigma$ , считая ее макроскопической характеристикой среды. Здесь, однако, необходимо, на основе весьма грубой модели оценить значение  $\sigma$ .

Мы будем исходить из предположения, что ионы и электроны образуют идеальный газ. Средние скорости ионов и электронов, массы и длины свободного пробега обозначим соответственно  $v_i$ ,  $m_i$ ,  $\lambda_i$ . В отличие от нейтрального газа, при наличии внешнего электрического поля, в плазме ионы и электроны испытывают ускорение на длине свободного пробега между соударениями.

В ч. VI мы дадим достаточно полную теорию. Однако для наших целей достаточно грубой оценки. Средняя скорость, приобретаемая частицей под действием поля  $E$ , равна по порядку величины  $u \sim \frac{e_i}{m_i} E \tau_i$ , где  $\tau_i$  — среднее время полета между двумя последовательными соударениями  $\tau_i \sim \lambda_i/v_i$ .

Систематическое движение со скоростью  $u$  приводит к переносу заряда в направлении поля. Плотность тока может быть написана в виде

$$j = \sum n_i e_i u_i \sim \left( \sum \frac{n_i e_i^2 \tau_i}{m_i} \right) E.$$

Таким образом, с точностью до числового множителя

$$\sigma \sim \sum \frac{n_i e_i^2 \tau_i}{m_i}. \quad (42,2)$$

Формула (42,2) представляет запись формулы для электропроводности на случай двух сортов носителей тока.

Для вычисления времени релаксации  $\tau = \frac{\lambda}{v}$  необходимо детально рассмотреть взаимодействие электронов с положительными ионами и между собой. Для этого необходимо найти эффективные сечения всех процессов рассеяния в зависимости от скорости и решить соответствующее кинетическое уравнение. Такое вычисление дано в ч. VI книги.

Мы будем полагать, что значение  $\tau$  рассчитано или известно из измерений. В слабых полях и при сравнительно высоких давлениях электропроводность системы, состоящей из электронов и беспорядочно расположенных ионов, имеет постоянное значение и не зависит от приложенного поля. Равновесное распределение электронов по скоростям лишь в малой степени нарушается внешним полем.

В случае сильных полей и низких давлений картина изменяется. Под влиянием приложенного поля электроны ускоряются (поскольку длина свободного пробега в разреженном газе достаточно велика) и приобретают энергию значительно большую, чем энергия теплового движения.

С другой стороны, при соударениях с ионами электроны теряют энергию. Расчет показывает, что у электронов может установиться некоторое распределение по скоростям, при котором увеличение их энергии при разгоне в поле компенсируется потерями энергии при соударениях. Такое распределение не является равновесным. Тем не менее, поскольку оно не изменяется по времени (т. е. является стационарным), можно говорить об эффективной температуре электронов, равной их средней энергии. Она оказывается порядка

$$T_{эл} \sim \frac{1}{k} \sqrt{\frac{M_{ион}}{m_{эл}}} (\lambda_{эл} e E), \quad (42,3)$$

где  $M_{ион}$  и  $m_{эл}$  — массы иона и электрона, и весьма большой по сравнению с температурой ионов и нейтральных молекул. При этом электропроводность

$$\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{E}}. \quad (42,4)$$

Рассмотрим теперь плазму, помещенную в постоянные электрическое и магнитное поля. Как мы увидим ниже, магнитное поле оказывает весьма существенное влияние на поведение плазмы

К системе электронов, движущихся со скоростью  $v$ , можно применить рассуждения § 23.

Именно, при движении электронов относительно магнитного поля индуцируется электрическое поле напряженности

$$\mathbf{E}_{\text{инд}} = \frac{\mu}{c} [\mathbf{v}\mathbf{H}], \quad (42,5)$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость среды (плазмы). При наличии электрического поля  $\mathbf{F}$  в системе электронов возникает ток

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{инд}}) = \sigma \left( \mathbf{E} + \frac{\mu}{c} [\mathbf{v}\mathbf{H}] \right) = \sigma \mathbf{E} + \frac{\sigma \mu}{c} [\mathbf{v}\mathbf{H}]. \quad (42,6)$$

Выражая  $\sigma$  через входящие в нее величины и замечая, что  $\mathbf{j} = n_{\text{эл}} e \mathbf{v}$ , можем переписать последнюю формулу в другом виде:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \alpha [\mathbf{j}\mathbf{H}], \quad (42,7)$$

где

$$\alpha = \frac{e \mu \tau_{\text{эл}}}{m_{\text{эл}} c} = \frac{\omega_H \mu \tau_{\text{эл}}}{H}, \quad (42,8)$$

$\omega_H$  — циклотронная частота для электронов.

Следует заметить, что формула (42,7) остается справедливой и при учете распределения электронов по скоростям, которое сказывается лишь на числовом коэффициенте  $\alpha$ .

Рассмотрим два случая:

- 1) электрическое и магнитное поля параллельны,  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{H}$ ,
- 2) поля перпендикулярны друг к другу,  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ .

В первом случае магнитное поле не влияет непосредственно на плотность тока:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E},$$

так что

$$[\mathbf{j}\mathbf{H}] = 0.$$

Большой интерес представляет второй случай. Для нахождения вектора  $\mathbf{j}$  из (42,7), умножим (42,7) сперва скалярно, а затем векторно на  $\mathbf{H}$ . Тогда имеем

$$(\mathbf{j}\mathbf{H}) = \sigma (\mathbf{E}\mathbf{H}) + \alpha ([\mathbf{j}\mathbf{H}]\mathbf{H}) = + \alpha ([\mathbf{j}\mathbf{H}]\mathbf{H})$$

или, поскольку  $([\mathbf{j}\mathbf{H}]\mathbf{H}) = (\mathbf{j}[\mathbf{H}\mathbf{H}]) = 0$ , получаем

$$(\mathbf{j}\mathbf{H}) = 0. \quad (42,9)$$

Далее,

$$\begin{aligned} [\mathbf{j}\mathbf{H}] &= \sigma [\mathbf{E}\mathbf{H}] + \alpha [[\mathbf{j}\mathbf{H}]\mathbf{H}] = \sigma [\mathbf{E}\mathbf{H}] + \alpha \mathbf{H} (\mathbf{j}\mathbf{H}) - \alpha \mathbf{j} H^2 = \\ &= \sigma [\mathbf{E}\mathbf{H}] - \alpha \mathbf{j} H^2. \end{aligned} \quad (42,10)$$

Отсюда, подставляя (42,10) в (42,7), находим

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \alpha \sigma [\mathbf{E}\mathbf{H}] - \alpha^2 H^2 \mathbf{j},$$

или

$$\mathbf{j} = \frac{\sigma}{1 + \alpha^2 H^2} \mathbf{E} + \frac{\sigma \alpha}{1 + \alpha^2 H^2} [\mathbf{E}\mathbf{H}], \quad (42,11)$$

Формула (42,11) показывает, что в магнитном поле плотность тока более не параллельна электрическому полю. Закон Ома в обычном виде места не имеет.

Из формулы (42,11) следует, что в направлении электрического поля плотность тока

$$j_{\parallel} = \frac{\sigma}{1 + \alpha^2 H^2} E = \sigma_{\parallel} E. \quad (42,12)$$

Электропроводность плазмы  $\sigma_{\parallel}$  в случае  $\mathbf{H} \perp \mathbf{E}$  оказывается в  $(1 + \alpha^2 H^2)$  раз меньше электропроводности в отсутствие магнитного поля.

Наряду с током в направлении электрического поля возникает ток  $j_{\perp}$  в направлении, перпендикулярном  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{H}$ , и равный по абсолютной величине

$$j_{\perp} = \frac{\sigma \alpha H}{1 + \alpha^2 H^2} E = \sigma_{\perp} E. \quad (42,13)$$

Ток  $j_{\perp}$  носит название тока Холла, а  $\sigma_{\perp} = \sigma_{\parallel} \alpha H$  — проводимости Холла. При  $\alpha H = \mu \omega_H \gg 1$  ток Холла может существенно превышать обычный ток. Условие  $\tau_{эл} \omega_H \gg 1$  можно представить в наглядном виде:

$$\tau_{эл} \omega_H = \frac{eH}{mc} \frac{\lambda}{v} \sim \frac{\lambda}{R},$$

где  $R = \frac{mcv}{eH}$  — радиус окружности, описываемой электроном в магнитном поле  $H$ . Условие  $\tau_{эл} \omega_H \gg 1$  выполняется в сильном магнитном поле и разреженной плазме.

Влияние магнитного поля на ток в плазме и, в частности, появление компоненты тока  $j_{\perp}$  имеет простой смысл. Оно связано с описанным в § 39 ч. I характером движения заряда в скрещенных электрических и магнитных полях. Именно, в таких полях частицы совершают дрейф, скорость и направление которого определяются формулой (39,15) ч. I.

Движение зарядов в направлении, перпендикулярном  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , приводит к появлению тока с плотностью  $j_{\perp}$ . При выполнении обратного неравенства  $\omega \tau_{эл} \ll 1$  влияние магнитного поля на проводимость становится незначительным.

На изменениях полученных выражений, связанных с движением положительных ионов, мы останавливаться не будем. Поскольку их масса велика, обычно для них выполнено неравенство  $\omega \tau_{ион} \ll 1$  и магнитное поле существенного влияния на поперечную часть электропроводности не оказывает.