

### § 43. Магнитная изоляция и пинч-эффект

Электрические и магнитные силы, действующие на плазму, вызывают в ней важные механические эффекты. Напротив, пространственное перемещение плазмы оказывает существенное влияние на ее поведение в электромагнитных полях.

Для рассмотрения взаимного влияния поля и механического движения плазмы выпишем общие уравнения, описывающие свойства плазмы.

Электромагнитное поле в плазме описывается уравнениями Максвелла. Уравнения движения плазмы представляют уравнения гидродинамики<sup>1)</sup>. Пренебрегая вязкостью плазмы, можно написать уравнения движения в виде

$$\delta_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} - \text{grad } p,$$

где  $\mathbf{F}$  — пондеромоторная сила, действующая на единицу объема плазмы,  $\delta_0$  — плотность и  $p$  — давление газа.

Если в плазме течет ток  $\mathbf{j}$ , то в магнитном поле

$$\mathbf{F} = \frac{\mu}{c} [\mathbf{j}\mathbf{H}]. \quad (43,1)$$

Поэтому

$$\delta_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = - \text{grad } p + \frac{\mu}{c} [\mathbf{j}\mathbf{H}]. \quad (43,2)$$

В частности, в неподвижной плазме, при  $\mathbf{v} = 0$ , можно написать уравнение гидростатики

$$\text{grad } p = \frac{\mu}{c} [\mathbf{j}\mathbf{H}]. \quad (43,3)$$

Применим уравнение гидростатики к рассмотрению важного явления магнитной изоляции плазмы.

Рассмотрим плазму, помещенную в магнитное поле  $\mathbf{H}$ , перпендикулярное вектору тока  $\mathbf{j}$ . Тогда из уравнения (43,3) ясно, что

$$\text{grad } p \neq 0,$$

и давление в плазме изменяется от точки к точке. Уравнение (43,3) можно проинтегрировать, если исключить из него плотность тока с помощью уравнения Максвелла.

Имеем из (43,3) и (22,5)

$$\text{grad } p = \frac{\mu}{4\pi} [\text{rot } \mathbf{H}, \mathbf{H}]. \quad (43,4)$$

<sup>1)</sup> См., например, Л. Г. Лойцянский, *Механика жидкостей и газов*, Гостехиздат, 1950; Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, *Механика сплошных сред*, Гостехиздат, 1953.

С помощью векторного равенства (I, 48) имеем

$$[\text{rot } \mathbf{H}, \mathbf{H}] = (\mathbf{H} \text{ grad}) \mathbf{H} - \text{grad} \frac{H^2}{2}.$$

Поэтому

$$\text{grad } p = -\frac{\mu}{4\pi} \text{grad} \frac{H^2}{2} + \frac{\mu}{4\pi} (\mathbf{H} \text{ grad}) \mathbf{H}. \quad (43,5)$$

Выберем направление поля за ось  $x$  и рассмотрим частный случай, когда напряженность магнитного поля не изменяется в продольном направлении (т. е.  $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$ ), но может изменяться по произвольному закону в зависимости от координат  $y, z$ . Иными словами, рассмотрим поле с переменной в пространстве напряженностью  $\mathbf{H} = \mathbf{H}(y, z)$ . При этом, очевидно, имеем

$$(\mathbf{H} \text{ grad}) \mathbf{H} = H \frac{\partial H(y, z)}{\partial x} = 0,$$

и формула (43,5) дает

$$p + \frac{\mu H^2}{8\pi} = \text{const}. \quad (43,6)$$

Величина  $\frac{\mu H^2}{8\pi}$  представляет магнитное давление, т. е. силу, действующую на единицу площади воображаемой плоскости, проведенной в газе.

Формула (43,6) показывает, что полное давление в плазме, складывающееся из магнитного давления  $\frac{\mu H^2}{8\pi}$  и газового давления  $p$ , должно оставаться постоянным в пространстве.

Пусть, например, плазма, находящаяся в некотором магнитном поле, не ограничена непроницаемыми стенками. Тогда соотношение (43,6) показывает, что полное давление ни в какой точке плазмы не может падать до нуля. В области пространства, не заполненном плазмой, значение  $H$  больше, чем во внутренней области, заполненной плазмой. Это означает, что плазма не может расширяться в пустоту. Магнитное поле изолирует плазму, заменяя непроницаемую стенку.

Другим важным гидростатическим эффектом является пинч-эффект или явление плазменного шнура. Это явление заключается в сжатии плазмы собственным магнитным полем тока.

Пусть плазма представляет цилиндр радиуса  $R$  (образующую которого направим по оси  $z$ ), вдоль которого течет ток с плотностью  $j$ . Магнитное поле тока создает магнитное давление, которое должно уравновешиваться давлением в плазме. Проще всего найти давление в плазме, считая плотность тока  $j$

1) Аналогичный результат можно получить в общем виде с помощью формулы (43,5).

постоянной по сечению<sup>1)</sup> (т. е.  $j = j_0$  при  $r < R$ ,  $j = 0$  при  $r > R$ ). Тогда (43,3) в цилиндрических координатах приобретает вид

$$\frac{dp}{d\rho} = -\frac{jH_\psi}{c},$$

где магнитное поле  $H_\psi$  выражается формулой (17,11).

Интегрирование дает

$$p = p_0 - \frac{\pi j^2 \rho^2}{c^2}, \quad \rho < R, \quad (43,7)$$

$$p = 0, \quad \rho > R. \quad (43,8)$$

Здесь  $p_0 = nkT$  — давление и  $n_0$  — плотность газа в центре плазменного цилиндра.

Формулы (43,7)—(43,8) показывают, что газовое давление и соответственно плотность газа в центре выше, чем на периферии цилиндра. Собственное магнитное поле сжимает и удерживает плазменный цилиндр. При этом радиус плазменного цилиндра имеет постоянное значение, а выделение джоулева тепла приводит к ее разогреву.

Явление самосжатия плазменного цилиндра, получившее название «пинч-эффекта», приводит к отрыву плазмы от стенок сосуда, в котором происходит газовый разряд, и к образованию более или менее тонкого плазменного шнура.

Примерами плазменного шнура может служить искра или молния.

Образование и сжатие плазменного шнура имеет, естественно, особенно большое значение при больших плотностях тока.

Мы ограничились здесь лишь нахождением распределения давления в предположении о стационарном характере поведения плазмы. В действительности для реализации пинч-эффекта важно нестационарное движение плазмы, приводящее к колебаниям плазменного цилиндра как целого, могущим приводить к потере устойчивости и разрыву.

Изучение полной картины нестационарных явлений, возникающих при пинч-эффекте, является весьма сложной задачей<sup>1)</sup>.

#### § 44. Магнитное поле в движущейся плазме

В ряде важных проблем существенную роль в поведении плазмы играют гидродинамические эффекты, связанные с макроскопическим движением плазмы. Для изучения подобного рода

<sup>1)</sup> По вопросам плазменного состояния вещества см. А. Спитцер, Физика полностью ионизованного газа, ИЛ, 1957; Т. Коулинг, Магнитная гидродинамика, ИЛ, 1958; Х. Альфвен, Космическая электродинамика, ИЛ, 1952; сб. статей «Управляемые термоядерные реакции», Атомиздат, 1960; Л. А. Арцимович, Управляемые термоядерные реакции, Физматгиз, 1961.