

---

**КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА****ГЛАВА I****ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ****§ 1. Физические основы квантовой механики**

Квантовая механика, как и всякая физическая теория, возникла в тесной связи с развитием новой области экспериментальных исследований. Эти исследования, начавшиеся с изучения свойств излучения черного тела, в начале нашего века быстро распространились на явление фотоэффекта, а затем на атомные системы. В рамках этой книги мы не можем последовательно осветить всю историю развития новых представлений о характере атомных процессов, имевшую своим итогом создание современной квантовой механики. Укажем лишь, что это были мучительные поиски, потребовавшие огромных усилий крупнейших физиков нашего века. Несомненно, что создание квантовой механики было величайшим триумфом современной науки. Трудности, стоявшие на пути развития квантовой механики, были связаны с тем, что свойства частиц, из которых построены атомные системы, кардинальным образом отличаются от свойств макроскопических тел. Законы классической механики и классической электродинамики оказались непригодными для описания поведения отдельных молекул и атомов, а также элементарных частиц — электронов, протонов, нейтронов и т. д. В дальнейшем элементарные частицы, а иногда отдельные атомы и молекулы мы будем объединять термином микрочастицы. Как мы увидим, отличительной особенностью микрочастиц является то, что их движение не подчиняется законам классической механики. С рядом фактов, свидетельствующих о непригодности классических представлений в области атомных процессов, мы познакомились выше, в частности в теории электромагнитного поля и особенно в статистической физике. Так, в статистической физике мы видели, что основная величина, характеризующая состояние отдельных атомов и молекул — их энергия, пробегает дискретный ряд значений.

Прямое доказательство дискретности состояний атомных систем было получено в опытах Франка и Герца (1913 г.). Как

известно, в опытах Франка и Герца пучок электронов с заданной энергией поступал в сосуд, наполненный газом. Ток электронов, прошедших через газ, как функция ускоряющего потенциала, обнаруживал ряд резких минимумов. Положение этих минимумов характерно для природы атомов газа. Такая зависимость тока от потенциала может быть истолкована следующим образом. Электроны испытывают столкновения с атомами и передают им энергию в тех случаях, когда энергия электронов имеет определенное значение, равное разности энергий двух возможных состояний атома. При этом атом переходит в состояние с большей энергией — возбужденное состояние, а в величине тока электронов появляется минимум. Если энергия электронов имеет другое значение, они испытывают лишь упругие соударения. Таким образом атом, как целое, может получать извне только определенные порции энергии. Это означает, что энергия атома принимает только дискретный ряд значений или, иначе говоря, атом обладает дискретным спектром энергий. Дискретный характер энергетических состояний влечет за собой дискретный характер атомных переходов. При переходе атома из возбужденного в более низкое энергетическое состояние разность энергий излучается в виде светового кванта.

Энергия атома не единственная величина, которая может принимать лишь дискретные или, как говорят, квантованные значения. В опытах Штерна и Герлаха было показано, что таким же дискретным спектром значений обладает и механический момент атома. В этих опытах пучок атомов проходит через неоднородное магнитное поле  $\mathcal{H}$ , постоянное по направлению. Выбирая это направление за ось  $z$ , можно написать для силы, действующей на атом, выражение  $\mu_z \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial z}$ , где  $\mu_z$  — проекция магнитного момента атома на направление поля. Если считать, что теорема о пропорциональности между магнитным и механическим моментом (см. ч. I, § 22) справедлива для атомов, то из этого следует, что средняя сила оказывается пропорциональной величине  $L_z$ , где  $L_z$  — проекция момента количества движения атома на направление поля<sup>1)</sup>.

Опыт Штерна и Герлаха показал, что пучок атомов отклоняется в магнитном поле, разбиваясь на ряд отдельных пучков. Это означает, что проекция механического момента атома на направление поля может принимать лишь дискретный ряд значений. Каждому допустимому значению  $L_z$  отвечает свое значение силы и соответствующая величина отклонения в неоднородном магнитном поле. Таким образом, каждый из возникших пучков содержит атомы с данным значением величины  $L_z$ .

<sup>1)</sup> См. однако, гл. VIII.

Дискретный характер допустимых значений основных величин, характеризующих состояние атомных систем, глубоко противоречит всей совокупности представлений классической механики. Из общих положений классической механики следует, что бесконечно малая сила вызывает бесконечно малое изменение равновесного состояния системы. Поэтому все механические величины, зависящие от состояния системы, как, например, энергия, количество движения и т. п., являются непрерывными функциями состояния. Дискретность состояний и скачкообразное изменение состояний микрочастиц непосредственно противоречит указанному общему принципу.

Трудность понимания свойств микрочастиц усугубляется тем, что наряду со свойствами дискретности некоторых величин, характеризующих состояние частиц, в ряде опытов проявлялась ясно выраженная непрерывность этих же величин. Так, например, тормозное рентгеновское излучение электронов в поле ядер имеет непрерывный спектр, что свидетельствует о непрерывном изменении энергии излучающих частиц.

Оказалось, что микрочастицы удивительным образом сочетают в себе свойства обычных частиц — корпускул<sup>1)</sup> и свойства волн. Это основное свойство микрочастиц носит название корпускулярно-волнового дуализма.

Основной особенностью корпускул, изучаемых в классической механике, является наличие у них определенной пространственной протяженности. Идеализацией корпускулы служит материальная точка, не имеющая размеров и двигающаяся по определенной траектории.

Свойства волновых процессов в классической физике до известной степени являются обратными свойствам корпускулярных объектов. Монохроматическая волна прежде всего обладает бесконечной протяженностью в пространстве. Поэтому лишено смысла утверждение «монохроматическая волна находится в данной точке пространства». Не имеет также смысла говорить о траектории монохроматической волны. Локализация волнового процесса в пространстве неизбежно связана с созданием волнового пакета (см. ч. I, § 35). Размеры волнового пакета тем меньше, чем большее число волн с различными частотами участвует в его образовании. Это свойство волновых процессов совершенно не зависит от их физической природы, — оно справедливо для упругих, электромагнитных и других волн. Таким образом, в классической физике локализованные корпускулы и делокализованные в пространстве волновые процессы являются в известном смысле антиподами.

---

<sup>1)</sup> Во избежание путаницы, корпускулами мы будем называть частицы, движущиеся по законам классической механики.

Оказалось, что у микрочастиц имеет место сочетание корпускулярных и волновых свойств, необъяснимое с точки зрения обычных наглядных представлений классической физики. Выражаясь точнее, в некоторых условиях микрочастицы ведут себя как корпускулы, а в других условиях те же микрочастицы обнаруживают чисто волновые свойства. Наконец, в некоторых опытах одновременно проявляются и корпускулярные, и волновые свойства.

Корпускулярно-волновой дуализм свойств микрочастиц был первоначально обнаружен в опытах со световыми квантами. Волновые свойства электромагнитного поля достаточно хорошо известны. Отметим лишь, что корпускулярная теория Ньютона могла успешно конкурировать с волновой теорией в объяснении таких явлений, как прямолинейное распространение и преломление света. Однако эта теория была полностью оставлена после открытия интерференции, дифракции и двойного лучепреломления.

Что же касается корпускулярных свойств электромагнитного поля, то они особенно наглядно проявляются в эффекте Комптона (ч. II, § 17; см. также гл. XIV). Действительно, этот эффект допускает только одну интерпретацию — корпускулярную. Никакими соображениями, основанными на волновых представлениях, невозможно объяснить появление электронов отдачи: падающая электромагнитная волна не может вызвать движения одного из атомных электронов, не возмущив при этом движения остальных электронов. Между тем, как мы видели в § 17 ч. II, теория, основанная на представлении о соударении двух частиц — падающего фотона и атомного электрона, правильно передает закономерности процесса.

Корпускулярная природа света проявляется с такой же наглядностью при фотоэффекте, в явлении отдачи при излучении атомов и т. п. Таким образом, волновая теория света, успешно применявшаяся при рассмотрении широчайшего круга электромагнитных явлений, оказалась совершенно непригодной для объяснения ряда процессов, в которых проявлялась корпускулярная природа света.

Создавшуюся ситуацию кратко характеризовали словами — имеется дуализм свойств электромагнитного поля. Иногда свет проявляет волновую природу, иногда ведет себя как поток фотонов.

Совокупность экспериментальных данных показала, что каждому фотону следует приписать энергию  $E$  и импульс  $p$ , равные соответственно

$$E = \hbar\omega, \quad (1,1)$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \frac{\hbar}{\lambda}, \quad (1,2)$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка  $h$ , деленная на  $2\pi$  и равная  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-27}$  эрг·сек и  $\lambda = \lambda/2\pi$ . Оказалось далее, что корпускулярно-волновой дуализм имеет место не только для фотонов, но и для всех микрочастиц.

Корпускулярные свойства микрочастиц обнаружены сравнительно давно. Особенно ярко они проявляются при наблюдениях с камерой Вильсона. Как известно, микрочастицы, проходя через камеру Вильсона, наполненную насыщенным паром, производят на своем пути ионизацию. Ионы, созданные микрочастицами, становятся центрами конденсации, которую можно непосредственно наблюдать в виде штрихообразных следов. Точно также при движении в фотоэмульсии, наносимой толстыми слоями на фотопластинку, частицы оставляют фотографическое изображение — след своей траектории. Все это заставляло думать, что микрочастицы двигаются по определенным траекториям и по своим свойствам подобны обычным корпускулам. Однако описываемые ниже опыты позволили установить, что это не так и что корпускулярно-волновой дуализм свойств является основной чертой всех микрочастиц. Следует, однако, подчеркнуть, что обнаружению волновых свойств электронов, протонов и других микрочастиц предшествовало развитие системы представлений квантовой механики, в которой существование волновых свойств микрочастиц было предсказано теоретически.

Рассмотрим следующий опыт. Через малое отверстие в непроницаемом экране последовательно пропускаются отдельные электроны, прошедшие через фиксированное ускоряющее поле. Проходя через отверстие, электроны попадают на фотопластинку, вызывая ее почернение в местах попадания. Если бы электроны двигались как корпускулы по законам классической механики и не взаимодействовали с краем экрана, то все они попадали бы в центр фотопластинки, образуя пятно почернения. В действительности, электроны должны взаимодействовать с атомами экрана. Поскольку последние находятся в тепловом движении, это взаимодействие имеет случайный характер. Поэтому, естественно, было бы ожидать, что электроны вызовут почернение фотопластинки, сходное с тем, которое вызывает молекулярный пучок, выходящий из узкого отверстия. Именно, число электронов, отклоненных от прямолинейного пути и не попавших в центр экрана, зависит от величины отклонения по закону ошибок. Интенсивность почернения, пропорциональная числу электронов, попавших в данную точку, должна была бы выражаться формулой Гаусса.

В действительности, ничего подобного на опыте не наблюдается. Если последовательно пропускать через отверстие большое число электронов, то можно обнаружить следующее:

1) существуют зоны на фотопластинке, в которые электроны никогда не попадают — «запрещенные» зоны. Эти зоны имеют характер концентрических колец вполне определенной ширины;

2) зоны попадания электронов образуют систему концентрических колец, чередующихся с «запрещенными» кольцами.

Проводя опыт достаточно долго, т. е. пропуская достаточно много электронов, можно получить полосы почернения, совершенно идентичные с полосами, возникающими при дифракции света от круглого отверстия. На рис. 1 справа изображена такая

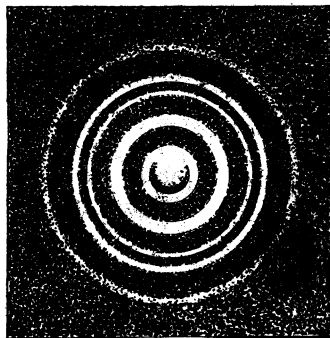
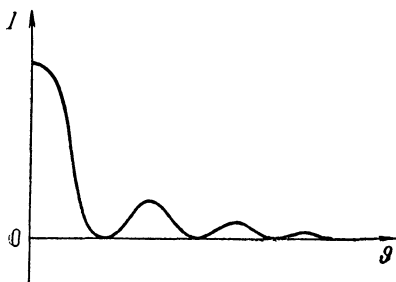


Рис. 1.

дифракционная картина<sup>1)</sup>. Слева же расположена кривая интенсивности попаданий электронов в зависимости от угла дифракции  $\varphi$ . Тот же результат получается и при другой постановке описанного опыта. Вместо того чтобы пропускать электроны поодиночке, можно направить на отверстие экрана пучок электронов. Пучок должен быть достаточно разреженным, чтобы взаимодействие между электронами не играло роли. При прохождении пучка электронов через отверстие экрана сразу возникнет дифракционное распределение интенсивности почернения фотопластинки<sup>2)</sup>.

Таким образом, движение каждого отдельного электрона существенным образом отличается от движения классической частицы, проходящей через щель в экране.

На первый взгляд может показаться, что результаты описанных измерений можно интерпретировать следующим образом:

<sup>1)</sup> Местам почернения фотопластинки соответствуют на рисунке светлые полосы.

<sup>2)</sup> С экспериментальной стороны второй метод проведения опыта является более простым, и он был осуществлен Девиссоном и Джермером в 1927 г., после создания квантовой механики. Опыт с одиночными электронами был выполнен лишь в 1948 г. В. А. Фабрикантом, Л. М. Биберманом и Н. Сушкиным.

по каким-то неизвестным причинам в природе могут реализоваться не все возможные траектории движения электронов, а лишь некоторые, допустимые. Совокупность этих допустимых траекторий определяет места попадания электронов на пластинку. Однако другие опыты показывают ошибочность подобной трактовки.

Рассмотрим непроницаемый экран с двумя отверстиями<sup>1)</sup>. Если поочередно закрывать одно из отверстий, а через другое пропускать последовательно отдельные электроны, то после прохождения большого числа электронов на фотопластинке возникнут две описанные выше картины интерференционных полос с центральным пятном против каждого из отверстий. Откроем теперь оба отверстия и пропустим через них электроны. Допустим, что каждый из электронов двигается по определенной дозволенной траектории. Проходя через одно из отверстий, электрон вызывает почернение в определенном месте фотопластинки. Суммарная картина почернения, создаваемая большим числом электронов, при этом должна была бы являться простым наложением интенсивностей почернений, возникавших при пропускании электронов через одно отверстие. Иначе говоря, должно получиться такое почернение пластинки, что и при последовательном прохождении электронов сперва через одно, а потом через другое отверстие. Фактически, однако, картина распределения интенсивности почернения имеет совершенно иной характер. Почернение фотопластинки в точности соответствует картине дифракции от двух щелей. Это означает, что никаких возможных или допустимых траекторий электрона не существует. Подобно волне, электрон обладает интерференционными свойствами и бессмысленны были бы попытки установить, через какую из двух открытых щелей «в действительности» прошел данный электрон.

Мы видим, что с электроном связан некоторый волновой процесс, электрон обладает волновыми свойствами. Именно из-за этих волновых свойств отдельный электрон, проходящий через одно отверстие, может попасть в одни области фотопластинки и не может попасть в другие ее участки. При прохождении через две щели волновые свойства отдельного электрона проявляются в том, что на его движение влияют обе щели. Дозволенные и недозволенные для попадания участки фотопластинки совпадают с темными и светлыми зонами при дифракции от двух щелей.

Было бы неверным, однако, на основании сказанного попытаться отождествить электрон с некоторой волной. Если бы это

---

<sup>1)</sup> Обсуждаемый ниже опыт является схематизацией реального опыта, в котором вместо дифракции от экрана с двумя отверстиями наблюдалась дифракция электронов от кристаллической решетки.

было так, то потемнение фотопластинки, на которую попадает дифрагированная волна (отдельный электрон), было бы бледной копией потемнения, образованного многими электронами. Отдельный электрон сразу давал бы всю картину интерференции.

Мы подчеркивали, что на опыте отдельный электрон попадает в определенную точку пластинки как обычная корпускула. Отличие отдельного электрона от корпускулы проявляется в том, что места попадания на фотопластинку определяются совершенно иным законом, чем места попадания корпускулы. Таким образом, волновые свойства, как показывает дифракционный опыт, присущи каждому отдельному электрону, но наглядно выявляются они только в большом числе одинаковых экспериментов (последовательное прохождение большого числа электронов).

Заметим, что хотя всюду говорилось об электроне, это в равной степени относится и к любой другой микрочастице. Дифракционные опыты были осуществлены с нейтронами, протонами и другими микрочастицами.

Квантовомеханическая трактовка описанных дифракционных опытов будет дана в следующем параграфе. Здесь мы еще раз подчеркнем, что в дифракционных опытах с электронами проявляется тот же корпускулярно-волновой дуализм, который ранее был установлен для световых квантов.

Дифракционные опыты позволяют дать ответ на вопрос: «что такое электрон — волна или корпускула?». При этом в термины «волна» и «корпускула» мы вкладываем привычный нам классический смысл. Ответ, непосредственно вытекающий из описанных опытов, заключается в том, что электрон не является ни волной (иначе один электрон давал бы полную дифракционную картину), ни корпускулой, которая движется по определенной траектории (как это показывает опыт с двумя щелями). Электрон является микрочастицей, обладающей специфическими свойствами.

## § 2. Волновая функция

Наличие у электрона волновых свойств показывает, что электрону следует сопоставить некоторое волновое поле. Амплитуду этого волнового поля, зависящую от координат и времени, мы будем называть волновой функцией  $\psi(x, y, z, t)$ . Иногда ее для краткости именуют также  $\psi$ -функцией.

Физическое толкование волновой функции (впервые данное М. Борном) заключается в следующем: величина  $|\psi(x, y, z, t)|^2 dV$  пропорциональна вероятности того, что электрон будет обнару-