с нечетными l имеют соответственно отрицательную четность при $a = 1$ и положительную, если $a = -1$. Если мы имеем систему невзаимодействующих частиц, то четность системы определяется произведением четностей отдельных частиц. Действительно, в § 14 мы видели, что волновая функция системы невзаимодействующих частиц может быть записана в виде произведения волновых функций отдельных частиц. Но отсюда сразу следует, что при преобразовании инверсии четности, относящиеся к отдельным частицам, перемножаются. Если каждая из частиц находится в состоянии с определенным моментом количества движения (движение в центральном поле), то четность всей системы может быть записана в виде

$$\lambda = (-1)^{\Sigma l_k} \prod_k a_k, \tag{33,9}$$

где второй множитель определяется произведением внутренних четностей частиц.

Наряду с другими законами сохранения закон сохранения четности является одним из наиболее общих законов природы. Невозможность переходов замкнутой квантовомеханической системы из состояний с одной четностью в состояния с другой четностью — так называемых запрещенных переходов, подтверждается обширным экспериментальным материалом как атомной, так и ядерной физики. Однако в последнее время (см. § 122) было установлено, что закон сохранения четности не является универсальным физическим законом. При некоторых процессах, происходящих с элементарными частицами, закон сохранения четности нарушается.

§ 34. Соотношение неопределенности для времени и энергии

Из общего аппарата квантовой механики может быть выведено, как показал Л. И. Мандельштам и И. Е. Тамм [1]), соотношение между неопределенностью в энергии ΔE и некоторым интервалом времени Δt. Действительно, полная энергия замкнутой системы может не иметь определенного постоянного во времени значения. Постоянно во времени, как мы выяснили в § 32, ее среднее значение и вероятности измерения того или иного возможного значения. Иными словами, сохраняется во времени вид функции распределения по энергиям.

Зная функцию распределения, можно определить обычным образом величину среднеквадратичного отклонения энергии ΔE, которая тоже, естественно, сохраняется во времени. Энергия бу-

---

[1]) Л. И. Мандельштам и И. Е. Тамм, Изв. АН СССР, сер. физич. 9, 122 (1945).

дет иметь вполне определенное значение ($\Delta E = 0$) только, если система находится в стационарном состоянии. Характерным признаком стационарного состояния является постоянство во времени физических величин, относящихся к данной системе.

Итак, предположим, что замкнутая система находится в начальный момент времени в состоянии с неопределенной энергией E. Пусть, далее, R — некоторая величина, оператор которой $\hat{R}$ не зависит от времени явно. Для данной величины можно определить обычным образом ее среднеквадратичное отклонение ΔR и среднее значение $\overline{R}$. Пользуясь (24,5) и (31,5), напишем соотношения

$$\Delta E\,\Delta R \geqslant \frac{1}{2}\,|\,\overline{(\hat{H}\hat{R} - \hat{R}\hat{H})}\,|, \tag{34,1}$$

$$\hbar\dot{\overline{R}} = i\,\overline{(\hat{H}\hat{R} - \hat{R}\hat{H})}. \tag{34,2}$$

Подставляя (34, 2) в (34, 1), соответственно получаем

$$\Delta E\,\Delta R \geqslant \frac{\hbar}{2}\,|\,\dot{\overline{R}}\,|. \tag{34,3}$$

Это соотношение связывает между собой неопределенность в энергии ΔE, неопределенность ΔR в величине R и скорость изменения среднего значения величины R. Соотношение (34, 3) можно переписать в несколько более удобном виде, если ввести интервал Δt — время, за которое среднее значение R меняется на величину порядка своего среднеквадратичного отклонения ΔR

$$\Delta t = \frac{\Delta R}{\dot{\overline{R}}}. \tag{34,4}$$

Тогда имеем

$$\Delta E\,\Delta t \geqslant \frac{\hbar}{2}. \tag{34,5}$$

В частности, из (34,3) следует, что для того, чтобы величина $\overline{R}$ могла меняться со временем, R должна обладать отличной от нуля дисперсией.

Итак, мы видим, что существует определенная зависимость между дисперсией полной энергии системы и скоростью изменения произвольных величин, относящихся к рассматриваемой системе.

В качестве наиболее простого примера рассмотрим одномерный волновой пакет. За величину R возьмем координату x, $R = x$. Тогда ΔR есть ширина пакета, а Δt — время прохождения пакета через какую-то точку пространства. Соотношение (34,5) показывает, что время прохождения существенно зависит от дисперсии полной энергии ΔE.

Из неравенства (34,5) следует также определенная связь между временем жизни данного состояния и неопределенностью в энергии ΔE этого состояния. Так, полагая Δt равным τ — периоду полураспада системы, мы получаем по порядку величины

$$\Gamma \sim \frac{\hbar}{2}\frac{1}{\tau}, \tag{34,6}$$

где Γ — неопределенность в энергии начального состояния, дает ширину соответствующей спектральной линии. Более детально вопрос о связи закона распада с функцией распределения энергии рассмотрен в работе Н. С. Крылова и В. А. Фока[1]. В этой работе также показано, что, так как соотношение (34,5) выведено с использованием уравнения Шредингера, оно не может быть применено к процессам измерения. Это следует, например, из того, что данный объект во время процесса измерения уже не составляет замкнутой квантовомеханической системы.

Для процессов измерения соответствующее неравенство должно быть сформулировано в виде некоторого физического принципа (сформулированного Бором)

$$\Delta(E-E')\Delta t > \hbar, \tag{34,7}$$

где E и E' — значения энергии объекта до и после процесса измерения, а $\Delta(E-E')$ — абсолютная величина неопределенности в изменении энергии объекта, т. е. соответствующая погрешность измерения, если оно производилось за время Δt.

Соотношение (34,7) очень важно для анализа результатов измерения, т. е. проверки на опыте результатов, даваемых квантовой механикой. Мы проиллюстрируем его на простейшем примере свободной частицы. Для измерения величин E, p, v (энергии, импульса, скорости), относящихся к частице (частице-объекту), нужно рассмотреть столкновение этой частицы с другой системой (частицей-прибором). Предполагая для простоты движение одномерным, напишем закон сохранения импульса

$$p+k-p'-k'=0. \tag{34,8}$$

Здесь через k и k' мы обозначили импульс частицы-прибора до и после столкновения. Штрихами мы будем обозначать величины, относящиеся к системам после столкновения. Можно считать, что импульс частицы-прибора до и после столкновения измерен точно. Тогда из соотношения (34,8) следует равенство погрешностей в измерении импульса частицы-объекта до и после столкновения

$$\Delta p = \Delta p'. \tag{34,9}$$

[1]) И. С. Крылов и В. А. Фок, ЖЭТФ 17, 93 (1947).

Погрешность в измерении энергии может быть выражена через погрешность в измерении импульса, так как

$$\Delta E = \frac{\partial E}{\partial p}\,\Delta p = v\,\Delta p, \qquad \Delta E' = \frac{\partial E'}{\partial p'}\,\Delta p' = v'\,\Delta p'.$$

Ввиду равенства погрешностей Δp и $\Delta p'$ имеем

$$\Delta (E - E') = | v - v' |\,\Delta p. \tag{34,10}$$

Умножим равенство (34,10) на время измерения Δt. Тогда получим

$$\Delta (E - E')\,\Delta t = | v - v' |\,\Delta p\,\Delta t. \tag{34,11}$$

Но величина $|v - v'|\Delta t$ представляет ту дополнительную погрешность в координате, которая появилась за время измерения Δt. Полная неопределенность координаты Δx может быть записана в виде

$$\Delta x = (\Delta x)_0 + | v - v' |\,\Delta t,$$

где $(\Delta x)_0$ — неопределенность координаты частицы-объекта, имевшаяся до рассматриваемого столкновения. В частности, $(\Delta x)_0$ может быть достаточно малым. То обстоятельство, что при этом будет большой величина $(\Delta p)_0$, не существенно, поскольку $(\Delta p)_0$ никак не связано с рассматриваемой погрешностью Δp.

Соотношение неопределенности Гейзенберга $\Delta p\,\Delta x \gtrsim \hbar$ должно выполняться независимо от величины $(\Delta x)_0$, следовательно,

$$| v - v' |\,\Delta t\,\Delta p > \hbar. \tag{34,12}$$

Сравнивания с (34,11), приходим к неравенству

$$\Delta (E - E')\,\Delta t > \hbar \tag{34,13}$$

в согласии с (34, 7). Мы видим, что погрешность в измерении энергии стремится к нулю, только если процесс измерения длится достаточно долго (в пределе при $\Delta t \to \infty$).

Отметим еще, что, как следует из (34,12), измерение импульса при данной величине погрешности Δp заведомо ведет к изменению скорости частицы:

$$| v - v' | > \frac{\hbar}{\Delta p\,\Delta t},$$

а следовательно, к изменению и импульса. Только если измерение производится сколь угодно долго ($\Delta t \to \infty$), импульс не изменяется. Конечно, длительное измерение импульса может иметь смысл, только если частица свободна. Итак, мы видим, что процесс измерения импульса через небольшие промежутки времени неповторим. Измерение переводит микрообъект в совершенно новое состояние (ср. § 5).