и $v=\sqrt{2E/\mu}$ — скорость α-частицы, если пренебречь отличием приведенной массы μ от массы α-частицы. Таким образом, вероятность прохождения α-частицы через барьер дается выражением

$$D=\exp\left\{-\frac{4Ze^2}{\hbar v}(\pi-2\alpha_0-\sin 2\alpha_0)\right\}. \tag{42,12}$$

Вероятность α-распада λ мы получим, если умножим вероятность D прохождения через барьер на вероятность α-распада при отсутствии барьера ν

$$\lambda=\nu D.$$

Величину ν трудно вычислить сколько-нибудь точно. Существенно, однако, что очень сильная зависимость вероятности распада от энергии α-частицы заключена в множителе D. Качественно эта зависимость хорошо подтверждается экспериментом.

Заметим, наконец, что подобные же рассуждения применимы и к случаю спонтанного деления тяжелых ядер.

§ 43. Квазиклассическое движение в центрально-симметричном поле

Определим приближенное выражение для радиальной составляющей волновой функции $R(r)$ или функции $\chi(r)=rR$ при условии, что потенциальная энергия $U(r)$ удовлетворяет условию квазиклассичности. При этом мы можем воспользоваться уже выведенными соотношениями, поскольку функция $\chi(r)$, как мы знаем (см. § 35), описывается одномерным волновым уравнением Шредингера с эффективной потенциальной энергией

$$U_{\text{эфф}}(r)=U(r)+\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}.$$

При этом нужно, конечно, учитывать, что координата r, в отличие от x, меняется от 0 до ∞. При $l=0$ имеем $U_{\text{эфф}}(r)=U(r)$. Если условия квазиклассичности выполняются вплоть до точки $r=0$, то соответствующая волновая функция легко может быть получена. Действительно, условие конечности волновой функции в нуле дает $\chi(0)=0$ и, пользуясь (40,27), получаем:

$$\chi(r)=C\frac{1}{\sqrt{2m(E-U(r))}}\sin\left(\frac{1}{\hbar}\int_0^r\sqrt{2m(E-U(r))}\,dr\right). \tag{43,1}$$

В более общем случае $l\neq 0$ условию квазиклассичности должна удовлетворять эффективная потенциальная энергия $U_{\text{эфф}}(r)$. Если считать, что на малых расстояниях основную роль играет центробежная энергия $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}$ и $p \sim \frac{\hbar l}{r}$, то из условия (39,20) следует $l \gg 1$. Соответствующая волновая функция при $r \gg a$, где a — точка поворота, может быть написана в виде (40,20) при условии, однако, что в центробежной энергии величина $l(l+1)$ заменена на $\left(l+\frac{1}{2}\right)^2$ [1]):

$$\chi(r) = \frac{A}{\sqrt{p_r}} \cos\left(\frac{1}{\hbar}\int\limits_a^r p_r\,dr - \frac{\pi}{4}\right), \tag{43,2}$$

где

$$p_r = \sqrt{2m\left(E - U(r) - \frac{\hbar^2\left(l+\frac{1}{2}\right)^2}{2mr^2}\right)}. \tag{43,3}$$

Таким образом, к центробежной энергии добавлен член $\hbar^2/8mr^2$. Эта добавка приводит к более правильному значению фазы волновой функции. Так, для свободного движения $U = 0$ формула (43,2) дает для фазы волновой функции на больших расстояниях значение, полученное нами в § 35.

[1]) H. A. Kramers, Zeits. f. Physik 39, 828 (1926).