Мы видим, что исходный уровень расщеплен на два подуровня. Смещение каждого из них по отношению к положению исходного уровня дается формулами (54,14) и (54,15). Величина смещения уровня $n = 2$, $l = 0$ примерно на порядок меньше, чем смещение уровня $n = 1$, $l = 0$. Смещение уровня $n = 2$, $l = 1$ еще меньше благодаря множителю $10^{-3}\left(\frac{Zr_0}{a}\right)^2$. Последнее обстоятельство обусловлено тем, что электрон в состоянии $n = 2$, $l = 1$ находится в основном вне области ядра и искажение кулоновского поля в этой области очень слабо сказывается на его состоянии.

Заметим, наконец, что рассмотренные поправки оказываются значительно более существенными для мезоатомов. Это связано с тем, что мезоны значительно тяжелее электронов и потому находятся в основном много ближе к ядру (см. § 38). Так для μ-мезоатома относительное смещение уровня с $l = 0$ примерно в $4\cdot 10^4$ раз больше, чем для обычного атома, и становится уже заметной величиной.

§ 55. Теория нестационарных возмущений

Весьма часто возмущения, действующие на квантовомеханическую систему, имеют нестационарный характер (т. е. зависят от времени). Это означает, что оператор возмущения $\hat{H}'$ является явной функцией времени $\hat{H}'(t)$. Многочисленные примеры такого рода возмущений будут приведены ниже. Мы будем предполагать, что стационарные состояния невозмущенной системы известны, т. е. известны волновые функции

$$\psi_n^{(0)}(x, t) = \psi_n^{(0)}(x)\, e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t},$$

удовлетворяющие невозмущенному уравнению

$$i\hbar\frac{\partial\psi_n^{(0)}(x, t)}{\partial t} = \hat{H}_0\psi_n^{(0)}(x, t). \tag{55,1}$$

Мы ограничимся сначала простейшим случаем, когда состояния невозмущенной системы принадлежат дискретному спектру.

Если на систему действует малое возмущение, описываемое оператором $\hat{H}'(t)$, то волновая функция возмущенной системы ψ удовлетворяет уравнению

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \hat{H}')\,\psi. \tag{55,2}$$

Метод приближенного решения этого уравнения был разработан Дираком и часто называется теорией возмущения Дирака или методом вариации постоянных. Состояние возмущенной системы зависит от времени и ее энергия не является интегралом движения. Теперь нашей задачей является не нахождение стационарных состояний возмущенной системы, так как их не существует, а вычисление зависящей от времени волновой функции системы. Поэтому метод теории возмущений должен быть видоизменен. Решение уравнения (55,2) в методе вариации постоянных представляется в виде разложения по собственным функциям невозмущенной задачи

$$\psi(x, t) = \sum_k c_k(t)\,\psi_k^{(0)}(x, t). \tag{55,3}$$

Поскольку волновые функции $\psi_k^{(0)}(x, t)$ образуют полную систему функций, такое разложение всегда возможно. Коэффициенты разложения $c_k(t)$ являются функциями только времени, но не координат. Подставляя разложение (55,3) в уравнение (55,2), получаем

$$i\hbar \sum_k \left(\frac{dc_k}{dt}\psi_k^{(0)}(x, t) + c_k \frac{\partial \psi_k^{(0)}(x, t)}{\partial t}\right) = \sum_k c_k \left(\hat{H}_0 + \hat{H}'\right)\psi_k^{(0)}(x, t). \tag{55,4}$$

Умножим уравнение (55,4) слева на $\psi_m^{(0)*}(x, t)$ и проинтегрируем по всему пространству. Тогда, учитывая уравнение (55,1) и ортогональность волновых функций невозмущенной системы $\psi_k^{(0)}(x, t)$, имеем

$$i\hbar \frac{dc_m}{dt} = \sum_k H'_{mk} e^{i\omega_{mk} t} c_k, \tag{55,5}$$

где H'_{mk} — матричный элемент оператора возмущения

$$H'_{mk} = \int \psi_m^{(0)*}(x)\,\hat{H}'\psi_k^{(0)}(x)\,dV,$$

и (55,6)

$$\omega_{mk} = \frac{1}{\hbar}(E_m - E_k).$$

Система уравнений (55,5) является точной. Она эквивалентна исходному уравнению (55,2), поскольку совокупность коэффициентов c_k полностью определяет волновую функцию ψ. Ясно однако, что решение бесконечной системы уравнений (55,5) не является более простой задачей, чем решение исходного уравнения (55,2). Поэтому для упрощения системы уравнений (55,5) мы должны воспользоваться тем, что возмущение, действующее на систему, является малым. Предположим, что первоначально, при $t \leqslant 0$, система находилась в некотором состоянии с волновой функцией $\psi_n^{(0)}$. Тогда при $t \leqslant 0$ в разложении (55,3) все коэффициенты, кроме коэффициента с индексом n, равны нулю, т. е.

$$c_k(0) = \delta_{kn}. \tag{55,7}$$

Начиная с момента времени $t = 0$, система подвергается действию малого возмущения. Будем предполагать, что вследствие слабости возмущения волновая функция $\psi_n^{(0)}$ начального состояния мало меняется с течением времени. Соответственно, коэффициенты $c_k(t)$ в момент времени $t > 0$ ищем в виде

$$c_k(t) = c_k^{(0)}(t) + c_k^{(1)}(t) + c_k^{(2)}(t) + \ldots, \tag{55,8}$$

где

$$c_k^{(0)}(t) = c_k(0) = \delta_{nk}.$$

Поправка $c_k^{(1)}(t)$ имеет тот же порядок малости, что и возмущение, $c_k^{(2)}(t)$ — квадратична по возмущению и т. д. Подставляя разложение (55,8) в уравнение (55,5), находим

$$i\hbar \frac{dc_m^{(1)}}{dt} = \sum_k H'_{mk} e^{i\omega_{mk}t} c_k^{(0)} = H'_{mn} e^{i\omega_{mn}t}. \tag{55,9}$$

При этом опущены все члены второго и более высокого порядка малости по возмущению. Интегрируя (55,9), получаем

$$c_m^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t H'_{mn} e^{i\omega_{mn}t}\, dt. \tag{55,10}$$

Аналогичным образом можно найти поправки к $c_m^{(0)}$ второго и более высокого порядка малости. Например, для поправки второго порядка $c_m^{(2)}$ без труда получается выражение

$$c_m^{(2)} = \frac{1}{i\hbar} \sum_k \int_0^t H'_{mk} e^{i\omega_{mk}t} c_k^{(1)}\, dt. \tag{55,11}$$

Если возмущение достаточно мало, то в разложении можно ограничиться малым числом членов. Таким образом, волновая функция в любой момент времени $t > 0$ может быть найдена, в принципе, с желаемой степенью точности.

§ 56. Переход системы в новые состояния под влиянием возмущений

Мы выяснили, что, если на систему, находившуюся при $t \leqslant 0$ в определенном энергетическом состоянии и описывавшуюся волновой функцией $\psi_n^{(0)}$, действует возмущение $\hat{H}'(t)$, то при $t > 0$ система оказывается в новом состоянии с волновой функ-