В стационарном случае при V_2, равном нулю, $\operatorname{div} \boldsymbol{j} = 0$, что соответствует отсутствию поглощения или испускания частиц. Если $V_2 \neq 0$, то мы получаем

$$\operatorname{div} \boldsymbol{j} = \frac{2V_2\rho}{\hbar}.$$

В зависимости от знака V_2 последняя формула описывает испускание или поглощение частиц.

§ 92. Дифракционное рассеяние быстрых нейтронов ядрами

Изучение взаимодействия быстрых нейтронов с ядрами показывает, что в области энергий нейтронов, лежащей выше нескольких десятков *Мэв* для легких ядер и нескольких сотен *Мэв* для тяжелых, происходит весьма энергичный захват нейтронов.

Энергичное поглощение нейтронов сопровождается также их упругим рассеянием. При описании сильного поглощения быстрых нейтронов весьма полезной оказалась следующая оптическая аналогия: ядро по отношению к нейтронам ведет себя как идеально поглощающая (черная) сфера, на которую падает световая волна. Поглощение световой волны черной сферой сопровождается ее возмущением в области пространства, расположенной вблизи поглотителя. Это означает, что наряду с поглощением происходит рассеяние света. Аналогично этому поглощение нейтронов ядром будет возмущать их волновую функцию и нейтроны будут испытывать упругое рассеяние.

Для расчета эффективного сечения упругого рассеяния нейтронов воспользуемся аналогией с оптическими явлениями. В § 36 ч. IV мы видели, что при длине световой волны, меньшей радиуса рассеивающей сферы, возникают дифракционные явления. При этом интенсивность света, рассеянного черным шариком радиуса R в телесный угол $d\Omega$, дается выражением (36,13) ч. IV

$$dI = \frac{I}{\pi}\left|\frac{J_1(kR\theta)}{\theta}\right|^2 d\Omega, \tag{92,1}$$

где θ — угол рассеяния света, I — полная интенсивность падающего на экран света, J_1 — функция Бесселя первого порядка.

Простая оценка показывает, что длина волны нейтронов с энергией порядка 1 *Мэв* в несколько сотен раз меньше размеров ядра. Поэтому к рассеянию нейтронов поглощающим ядром можно применить оптическую формулу (92,1). Для того чтобы получить дифференциальное эффективное сечение рассеяния нейтронов, нужно поток нейтронов, рассеянных в угол $d\Omega$, разделить на плотность потока падающих нейтронов $I/\pi R^2$. Тогда имеем

$$d\sigma = R^2 \left| \frac{J_1(kR\theta)}{\theta} \right|^2 d\Omega. \tag{92,2}$$

Это выражение, конечно, может быть получено и из общей формулы (91,5).

Из условия «черноты» ядра следует, что коэффициент прилипания ξ_l равен единице для тех l, при которых $\rho_l < R$, и $\xi_l = 0$, если $\rho_l > R$. Так как $\rho_l \sim \frac{\hbar}{p} l$ (см. § 91), то

$$S_l = \begin{cases} 0, & l < \frac{pR}{\hbar} = kR, \\ 1, & l > \frac{pR}{\hbar} = kR, \end{cases}$$

причем $kR \gg 1$.

Подставляя эти значения S_l в (91,5), находим амплитуду упругого рассеяния

$$f(\theta) = -\frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{kR} (2l+1) P_l(\cos\theta).$$

Основную роль в сумме играют члены с большим l. Поэтому мы можем пренебречь единицей по сравнению с $2l$, а для полинома Лежандра $P_l(\cos\theta)$ использовать приближенное выражение, справедливое при $\theta \ll 1$ [1]),

$$P_l(\cos\theta) = J_0\left[\left(l + \frac{1}{2}\right)\theta\right] \simeq J_0(l\theta)$$

и перейти от суммирования по l к интегрированию

$$f(\theta) = \frac{i}{k} \int_0^{kR} l J_0(l\theta)\, dl = \frac{iR}{\theta} J_1(kR\theta).$$

Отсюда сразу получаем для сечения выражение (92,2).

Рассмотрим подробнее зависимость дифференциального эффективного сечения (92,2) от угла рассеяния θ. От азимутального угла дифференциальное эффективное сечение не зависит. Имеем, очевидно:

$$d\sigma = 2\pi R^2 \left| \frac{J_1(kR\theta)}{\theta} \right|^2 \sin\theta\, d\theta. \tag{92,3}$$

---

[1]) См., например, Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, Физматгиз, 1963, стр. 206.

При малых углах $kR\theta < 1$, разлагая в ряд функцию Бесселя, находим $J_1(kR\theta) \approx \frac{kR\theta}{2}$. Следовательно, при малых углах эффективное сечение приобретает вид

$$d\sigma = \frac{k^2R^4}{4} d\Omega. \tag{92,4}$$

Оно оказывается не зависящим от угла рассеяния θ.

При возрастании углов до значений, лежащих в интервале $1 \gg \theta \gg \frac{1}{kR}$, для бесселевой функции можно написать асимптотическое выражение

$$J_1(kR\theta) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi kR\theta}} \sin\left(kR\theta - \frac{\pi}{4}\right).$$

В этой области углов эффективное сечение, осциллируя, быстро уменьшается с ростом θ. Величина эффективного сечения в максимумах убывает пропорционально $1/\theta^3$.

Таким образом, эффективное сечение имеет резкий максимум для рассеяния под углом $\theta \approx 0$, т. е. при рассеянии вперед, по направлениям, близким к направлению падающего пучка.

Полное сечение рассеяния σ можно найти, интегрируя (92,3) по всему телесному углу,

$$\sigma = 2\pi R^2 \int \frac{J_1^2}{\theta^2} \sin\theta \, d\theta.$$

Ввиду быстрой сходимости интеграла вклад, вносимый в его величину большими значениями θ, мал и можно приближенно считать верхний предел интеграла бесконечным. Тогда, воспользовавшись формулой

$$\int_0^\infty \frac{J_1^2(x)}{x} dx = \frac{1}{2},$$

находим окончательно:

$$\sigma = \pi R^2. \tag{92,5}$$

Полное эффективное сечение рассеяния нейтронов с $\lambda\!\!\!^{-} \ll R$ совпадает с геометрическим сечением ядра.

Определим также полное сечение поглощения нейтронов ядром. Используя выражения для S_l и подставляя их в формулу (91,6), получаем

$$\sigma_{\text{неупр}} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{kR} (2l+1) = \pi R^2. \tag{92,6}$$

Следовательно, сечение поглощения нейтронов черным ядром также совпадает с геометрическим сечением ядра.

Из соотношений (92,5) и (92,6) следует, что полное взаимодействие нейтронов с ядром равно удвоенному геометрическому сечению ядра

$$\sigma_{\text{неупр}} + \sigma_{\text{упр}} = 2\pi R^2. \tag{92,7}$$

С помощью аналогичных приемов можно также вычислить эффективные сечения рассеяния ядрами, лишь частично поглощающими падающие на них нейтроны, а также дифракционное рассеяние заряженных частиц на ядрах [1]).

§ 93. Рассеяние медленных частиц. Пороговое приближение

Применим полученные формулы фазовой теории рассеяния к нахождению эффективных сечений упругого и неупругого рассеяния медленных частиц. Под медленными, как и в § 86, мы будем понимать частицы, длина волны которых λ велика по сравнению с размерами области взаимодействия. Мы ограничимся случаем, когда энергия взаимодействия убывает с расстоянием достаточно быстро, так что можно ввести эффективный размер области взаимодействия a.

Как мы уже видели в § 86, при малых энергиях существенно лишь S-рассеяние. Радиальная часть волновой функции, соответствующая моменту $l = 0$, удовлетворяет уравнению (35,8)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R_0}{\partial r}\right) + U(r)R_0 = ER_0.$$

Вводя волновое число $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$, можно переписать последнее уравнение в виде

$$R_0'' + \frac{2}{r}R_0' + k^2R_0 - \frac{2m}{\hbar^2}U(r)R_0 = 0. \tag{93,1}$$

При $r > a$, вне области взаимодействия, потенциальная энергия равна нулю и уравнение для функции R_0 приобретает вид

$$R_0'' + \frac{2}{r}R_0' + k^2R_0 = 0. \tag{93,2}$$

Ясно, что потенциальная энергия обращается в нуль не резко, на некоторой границе, а в переходной области, где потенциальная энергия изменяется по некоторому сложному и обычно не известному закону.

Поэтому на первый взгляд нахождение функции во всем пространстве представляется задачей нереальной степени сложности. В действительности, однако, это не так.

---

[1]) Подробнее см. А. И. Ахиезер и И. Я. Померанчук, Некоторые вопросы теории ядра, Гостехиздат, 1950.