Найденное выражение весьма сходно с классической формулой для интенсивности дипольного излучения (см. (27,9) ч. I). Различие между классической и квантовой формулами заключается лишь в том, что усредненный квадрат дипольного момента $\overline{\boldsymbol{d}^2}$, входящий в классическое выражение, нужно заменить на соответствующий матричный элемент (удвоенный) $2|\boldsymbol{d}_{12}|^2$.

Аналогичным образом можно рассмотреть дипольные переходы при поглощении света. Полагая в (103,1) $e^{i\boldsymbol{kr}}=1$ и учитывая (104,2), получаем для вероятности перехода в единицу времени

$$dW=\frac{\omega^3}{2\pi\hbar c^3}|\boldsymbol{d}_{21}|^2\cos^2\theta n_{\boldsymbol{k}}\,d\Omega. \tag{104,8}$$

Усредняя это выражение по всем ориентациям вектора $\boldsymbol{d}$ по отношению к направлению падающего излучения, находим

$$\overline{\cos^2\theta}=\frac{1}{4\pi}\int\cos^2\theta\,d\Omega=\frac{1}{3}. \tag{104,9}$$

Выражая $n_{\boldsymbol{k}}$ через интенсивность падающего излучения $J_0(\omega)$ и умножая (104,8) на $\hbar\omega$, найдем энергию, поглощаемую за единицу времени

$$J\,d\Omega=\frac{4\pi^2}{3}\frac{e^2}{\hbar c}\omega|\boldsymbol{r}_{21}|^2J_0(\omega)\,d\Omega. \tag{104,10}$$

До сих пор мы рассматривали поглощение и излучение фотона одним электроном. Если поглощающая или излучающая система содержит несколько электронов, то, пренебрегая взаимодействием между ними, можно считать, что формулы (104,10), (104,5) останутся справедливыми, если только заменить в них дипольный момент электрона суммой дипольных моментов всех электронов.

§ 105. Квадрупольное и магнитное дипольное излучения

Матричные элементы дипольного перехода получаются из общего выражения (103,2) при замене экспоненциальной функции $e^{-i\boldsymbol{kr}}$ единицей. Может оказаться, однако, что матричный элемент дипольного перехода обращается в нуль, тогда как точный матричный элемент (103,2) отличен от нуля. В этом случае следует разложить экспоненту $e^{-i\boldsymbol{kr}}$ в ряд, выписав старшие члены разложения. При этом вероятность излучения будет отлична от нуля, хотя и существенно меньше вероятности дипольного излучения. По этой причине такие переходы называются запрещенными. Вероятность излучения, обусловленная следующим членом разложения, будет иметь вид

$$dW=\frac{e^2\omega^3}{2\pi\hbar c^3}|(r_e(\boldsymbol{kr}))_{21}|^2(n_{\boldsymbol{k}}+1)\,d\Omega. \tag{105,1}$$

Интенсивность спонтанного излучения при таком переходе аналогично (104,6) будет равна

$$J\,d\Omega = \frac{e^2\omega^4}{2\pi c^3}\,|\,(\boldsymbol{r}\,(\boldsymbol{kr})\,)_{21}\,|^2 \sin^2\vartheta\,d\Omega. \tag{105,2}$$

Сравнивая последнюю формулу с классическим выражением § 31 ч. I, мы видим, что (105,2) представляет совокупность магнитного дипольного и квадрупольного излучений. Вероятность запрещенного излучения (магнитного дипольного и квадрупольного) относится к вероятности разрешенного дипольного излучения, как $\frac{a^2}{\lambda^2}\left(k \approx \frac{1}{\lambda},\ r \approx a\right)$. Если почему-либо равны нулю матричные элементы (105,1), то аналогично можно найти вероятность излучения высшего порядка.

§ 106. Правила отбора

Мы видим, что характер излучения атомных и ядерных систем определяется матричным элементом $\boldsymbol{d}_{21} = e\boldsymbol{r}_{21}$. Установим теперь, когда этот матричный элемент может быть отличен от нуля, т. е. между какими состояниями системы возможны переходы, сопровождающиеся дипольным излучением. Совокупность требований, которым должны удовлетворять волновые функции начального и конечного состояний системы, для того чтобы матричный элемент дипольного перехода $\boldsymbol{r}_{21}$ не обращался в нуль, называются правилами отбора для дипольного излучения. Правила отбора могут быть легко сформулированы в общем виде, если волновые функции ψ_1 и ψ_2 описывают состояние частицы, движущейся в центрально-симметричном поле. В этом случае зависимость ψ_1 и ψ_2 от углов характеризуется сферическими функциями (см. § 35). Для того чтобы в системе были возможны дипольные переходы, должен быть отличен от нуля матричный элемент проекции радиуса-вектора на направление поляризации кванта $\boldsymbol{e}$. Рассмотрим сперва квант, поляризованный по оси z. В этом случае $r_e = z = r\cos\vartheta$. Матричный элемент дипольного перехода будет пропорционален интегралу

$$\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi} Y^*_{l_2m_2}\cos\vartheta Y_{l_1m_1}\sin\vartheta\,d\vartheta\,d\varphi. \tag{106,1}$$

Здесь l_1, m_1 и l_2, m_2 — квантовые числа состояний системы до и после излучения кванта. Учитывая определение сферических функций (30,16), интеграл (106,1) можно переписать в виде

$$\int\limits_0^{\pi} P_{l_2}^{m_2}(\cos\vartheta)\,P_{l_1}^{m_1}(\cos\vartheta)\cos\vartheta\sin\vartheta\,d\vartheta \int\limits_0^{2\pi} e^{i\,(m_1-m_2)\,\varphi}\,d\varphi. \tag{106,2}$$