Интенсивность спонтанного излучения при таком переходе аналогично (104,6) будет равна

$$J\,d\Omega = \frac{e^2\omega^4}{2\pi c^3}\,|\,(\boldsymbol{r}\,(\boldsymbol{kr})\,)_{21}\,|^2 \sin^2\vartheta\,d\Omega. \qquad (105,2)$$

Сравнивая последнюю формулу с классическим выражением § 31 ч. I, мы видим, что (105,2) представляет совокупность магнитного дипольного и квадрупольного излучений. Вероятность запрещенного излучения (магнитного дипольного и квадрупольного) относится к вероятности разрешенного дипольного излучения, как $\frac{a^2}{\lambda^2}\left(k \approx \frac{1}{\lambda},\ r \approx a\right)$. Если почему-либо равны нулю матричные элементы (105,1), то аналогично можно найти вероятность излучения высшего порядка.

§ 106. Правила отбора

Мы видим, что характер излучения атомных и ядерных систем определяется матричным элементом $\boldsymbol{d}_{21} = e\boldsymbol{r}_{21}$. Установим теперь, когда этот матричный элемент может быть отличен от нуля, т. е. между какими состояниями системы возможны переходы, сопровождающиеся дипольным излучением. Совокупность требований, которым должны удовлетворять волновые функции начального и конечного состояний системы, для того чтобы матричный элемент дипольного перехода $\boldsymbol{r}_{21}$ не обращался в нуль, называются правилами отбора для дипольного излучения. Правила отбора могут быть легко сформулированы в общем виде, если волновые функции ψ_1 и ψ_2 описывают состояние частицы, движущейся в центрально-симметричном поле. В этом случае зависимость ψ_1 и ψ_2 от углов характеризуется сферическими функциями (см. § 35). Для того чтобы в системе были возможны дипольные переходы, должен быть отличен от нуля матричный элемент проекции радиуса-вектора на направление поляризации кванта $\boldsymbol{e}$. Рассмотрим сперва квант, поляризованный по оси z. В этом случае $r_e = z = r\cos\vartheta$. Матричный элемент дипольного перехода будет пропорционален интегралу

$$\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} Y^*_{l_2m_2}\cos\vartheta\, Y_{l_1m_1}\sin\vartheta\,d\vartheta\,d\varphi. \qquad (106,1)$$

Здесь l_1, m_1 и l_2, m_2 — квантовые числа состояний системы до и после излучения кванта. Учитывая определение сферических функций (30,16), интеграл (106,1) можно переписать в виде

$$\int_0^{\pi} P_{l_2}^{m_2}(\cos\vartheta)\,P_{l_1}^{m_1}(\cos\vartheta)\cos\vartheta\sin\vartheta\,d\vartheta \int_0^{2\pi} e^{i\,(m_1-m_2)\,\varphi}\,d\varphi. \qquad (106,2)$$

Интеграл по углу φ отличен от нуля только при $m_1 = m_2$. Интеграл по углу ϑ имеет при этом вид

$$\int_{-1}^{1} P_{l_2}^{m}(x)\, x P_{l_1}^{m}(x)\, dx. \tag{106,3}$$

Можно показать, что для присоединенных полиномов Лежандра справедливо следующее соотношение [1]:

$$xP_l^m(x) = \frac{l+|m|}{2l+1} P_{l-1}^m(x) + \frac{l-|m|+1}{2l+1} P_{l+1}^m(x). \tag{106,4}$$

Подставляя это выражение в (106,3) и учитывая условия ортогональности присоединенных полиномов Лежандра, получаем, что интеграл (106,3) отличен от нуля только при $l_2 = l_1 \pm 1$.

Мы видим, таким образом, что если излучение поляризовано по оси z, матричный элемент дипольного перехода отличен от нуля лишь для переходов с $m_2 = m_1$; $l_2 = l_1 \pm 1$.

Определим теперь аналогичные правила отбора для квантовых чисел l, m в том случае, когда квант испущен в направлении оси z и, следовательно, поляризован в плоскости x, y. Рассмотрим случай круговой поляризации со сдвигом фаз, равным $\frac{\pi}{2}$. Тогда вероятность перехода определяется матричным элементом от величины $x \pm iy$

$$(x \pm iy)_{21} = (r \sin\vartheta e^{\pm i\varphi})_{21}. \tag{106,5}$$

Выделяя интеграл по углу φ, получим

$$\int_{0}^{2\pi} e^{i(m_1 - m_2 \pm 1)\varphi}\, d\varphi. \tag{106,6}$$

Последний интеграл отличен от нуля при условии

$$m_2 = m_1 \pm 1. \tag{106,7}$$

Соответствующий интеграл по углу ϑ отличен от нуля, если $l_2 = l_1 \pm 1$. Таким образом, полученные правила отбора по квантовым числам l и m для дипольного перехода могут быть окончательно сформулированы в виде

$$\Delta m = 0, \quad \pm 1; \quad \Delta l = \pm 1. \tag{106,8}$$

Нетрудно сообразить, что правила отбора, даваемые соотношениями (106,8), выражают закон сохранения момента количества движения. То обстоятельство, что l может изменяться на единицу, показывает, что при дипольном переходе излучаемый

[1] См., например, Н. Н. Лебедев, Специальные функции и их приложения, Физматгиз, 1953, стр. 261.

квант уносит с собой момент количества движения, равный единице. На первый взгляд этот вывод может показаться странным. Действительно, мы рассматривали (формула (103,7)) переходы с излучением фотона заданного импульса. Но в состоянии с заданным импульсом и поляризацией момент количества движения фотона не имеет определенного значения. Если, однако, длина волны фотона велика по сравнению с размерами системы, то возможно разложение функции $e^{i\boldsymbol{kr}}$ в ряд. Производя это разложение и оставляя первый неисчезающий член, т. е. главный член, определяющий величину матричного элемента, мы тем самым фактически выделяем фотоны с заданным полным моментом количества движения. Дипольному излучению отвечают фотоны с моментом единица, квадрупольному — с моментом два и т. д. Прямой расчет, на котором мы останавливаться не можем, подтверждает этот вывод.

Правила отбора (106,8) автоматически удовлетворяют требованиям закона сохранения четности. Поскольку оператор $\boldsymbol{r}$ является нечетным, функции ψ_2 и ψ_1 должны иметь различную четность. Тогда при замене $\boldsymbol{r} \to (-\boldsymbol{r})$ весь матричный элемент остается неизменным.

При выводе соотношений (106,1) не учитывались спиновые состояния электрона, т. е. предполагалось, что спиновое состояние не связано с орбитальным движением. В этом случае условия (106,8) должны быть дополнены соотношением $\Delta s = 0$, которое выражает сохранение спина при дипольном переходе. Однако, если спин-орбитальным взаимодействием пренебрегать нельзя, как это имеет место, например, у тяжелых атомов и у ядер, необходимо сформулировать правила отбора для полного момента J. Учитывая, что при дипольном переходе квант уносит момент, равный единице, по правилу сложения моментов в квантовой механике, получаем

$$\Delta j = 0, \quad \pm 1 \quad (\text{исключая } 0 \to 0 \text{ переходы}) \qquad (106,9)$$

В этом случае переходы с $\Delta j = 0$ не запрещены, так как полный момент не связан непосредственно с четностью состояния. Переход из состояния $j_1 = 0$ в состояние $j_2 = 0$ запрещен, так как при этом невозможно удовлетворить закону сохранения полного момента.

При магнитном дипольном излучении квант также уносит момент, равный единице. Однако магнитный дипольный квант имеет четность, противоположную четности электрического дипольного кванта. Это связано с тем, что оператор магнитного момента не меняет знака при инверсии системы координат, так как магнитный момент — псевдовектор. Следовательно, матричные элементы оператора магнитного момента отличны от нуля лишь для переходов между состояниями одинаковой четности.

Электрический квадрупольный квант уносит момент, равный двум. В соответствии с этим правила отбора по полному моменту имеют вид

$$\Delta j = 0, \quad \pm 1, \quad \pm 2. \tag{106,10}$$

Запрещены переходы с моментами

$$0 \to 0; \quad \frac{1}{2} \to \frac{1}{2}; \quad 0 \rightleftarrows 1.$$

Изменение момента при излучении, даваемое соотношениями (106,9), (106,10), относится или к одной частице, если изменяется только ее состояние, или ко всей системе в целом, например к атому или ядру.

Если система находится в некотором возбужденном состоянии, и дипольный переход в низшее энергетическое состояние запрещен, то время жизни системы в этом возбужденном состоянии может быть достаточно велико. Состояния такого типа называются метастабильными. В не очень сильно разреженных газах метастабильный атом обычно отдает свою энергию возбуждения при столкновениях с другими атомами без излучения.

Переходы, связанные с изменением момента $\Delta j \approx 4{,}5$ и запрещенные в высокой степени, наблюдаются у ядер. Время жизни ядра по отношению к такому переходу при малых энергиях возбуждения может достигать нескольких месяцев. Такие ядра называются изомерными. Впервые они наблюдались И. В. Курчатовым и Л. И. Русиновым.

§ 107. Фотоэффект

Фотоэффектом называется процесс поглощения фотона связанной частицей, когда энергия фотона превышает ее энергию связи. В частности, при фотоэффекте на атоме электрон, находящийся в состоянии, принадлежащем дискретному спектру, поглощает фотон и переходит в непрерывный спектр. Кинетическая энергия T электрона, вырванного из атома, определяется соотношением Эйнштейна

$$T = \hbar\omega - I, \tag{107,1}$$

где I — энергия ионизации атома.

Избыток импульса, возникающий при поглощении фотона, передается ядру. Чем сильнее связан электрон в атоме, тем легче происходит передача импульса ядру. Поэтому следует ожидать, что вероятность фотоэффекта будет иметь максимальное значение для наиболее связанных электронов, электронов K-оболочки.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением этого случая. Матричный элемент перехода с поглощением одного кванта