Электрический квадрупольный квант уносит момент, равный двум. В соответствии с этим правила отбора по полному моменту имеют вид

$$\Delta j = 0, \quad \pm 1, \quad \pm 2. \tag{106,10}$$

Запрещены переходы с моментами

$$0 \to 0; \quad \frac{1}{2} \to \frac{1}{2}; \quad 0 \rightleftarrows 1.$$

Изменение момента при излучении, даваемое соотношениями (106,9), (106,10), относится или к одной частице, если изменяется только ее состояние, или ко всей системе в целом, например к атому или ядру.

Если система находится в некотором возбужденном состоянии, и дипольный переход в низшее энергетическое состояние запрещен, то время жизни системы в этом возбужденном состоянии может быть достаточно велико. Состояния такого типа называются метастабильными. В не очень сильно разреженных газах метастабильный атом обычно отдает свою энергию возбуждения при столкновениях с другими атомами без излучения.

Переходы, связанные с изменением момента $\Delta j \approx 4{,}5$ и запрещенные в высокой степени, наблюдаются у ядер. Время жизни ядра по отношению к такому переходу при малых энергиях возбуждения может достигать нескольких месяцев. Такие ядра называются изомерными. Впервые они наблюдались И. В. Курчатовым и Л. И. Русиновым.

§ 107. Фотоэффект

Фотоэффектом называется процесс поглощения фотона связанной частицей, когда энергия фотона превышает ее энергию связи. В частности, при фотоэффекте на атоме электрон, находящийся в состоянии, принадлежащем дискретному спектру, поглощает фотон и переходит в непрерывный спектр. Кинетическая энергия T электрона, вырванного из атома, определяется соотношением Эйнштейна

$$T = \hbar\omega - I, \tag{107,1}$$

где I — энергия ионизации атома.

Избыток импульса, возникающий при поглощении фотона, передается ядру. Чем сильнее связан электрон в атоме, тем легче происходит передача импульса ядру. Поэтому следует ожидать, что вероятность фотоэффекта будет иметь максимальное значение для наиболее связанных электронов, электронов K-оболочки.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением этого случая. Матричный элемент перехода с поглощением одного кванта имеет вид (103,1). В матричном элементе волновые функции ψ_1 и ψ_2 отвечают соответственно основному состоянию электрона в атоме и состоянию, принадлежащему сплошному спектру. Так как мы не учитываем релятивистских эффектов, то очевидно, что энергия фотона, во всяком случае, должна быть мала по сравнению с энергией покоя электрона $\hbar\omega \ll mc^2$.

С другой стороны, мы исключим область, близкую к порогу фотоэффекта, и будем считать, что энергия фотона велика по сравнению с энергией ионизации атома. Эти требования с учетом (107,1) и (38,17) приводят к неравенству

$$T = \frac{p^2}{2m} \gg I = \frac{Z^2e^4m}{2\hbar^2} \text{ или } \frac{Ze^2}{\hbar v} \ll 1. \qquad (107,2)$$

Согласно результатам § 84, выполнение неравенства (107,2) означает, что кулоновское поле, действующее на электрон, можно рассматривать как малое возмущение. Следовательно, в качестве волновой функции ψ_2 свободной частицы в нулевом приближении можно взять плоскую волну (пренебрегая влиянием кулоновского поля на свободный электрон). Волновая функция электрона на K-оболочке может быть представлена в виде водородной функции с эффективным зарядом ядра Z (влияние остальных электронов на K-электроны мало). Тогда имеем

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{Z^3}{\pi a^3}}\, e^{-\frac{Zr}{a}}; \quad \psi_2 = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}}\, e^{\frac{i}{\hbar}\mathbf{pr}}. \qquad (107,3)$$

Волновую функцию конечного состояния ψ_2, принадлежащую к сплошному спектру, мы нормируем на δ-функцию в пространстве импульсов. Вероятность перехода в единицу времени согласно (56,8′) равна

$$dW = \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{21}|^2 \delta(E_2 - E_1 - \hbar\omega)\, p^2\, dp\, d\Omega. \qquad (107,4)$$

Здесь $d\Omega$ — элемент телесного угла, характеризующего направление импульса p испущенного фотоэлектрона, $E_1 = -I$, $E_2 = \frac{p^2}{2m}$.

Интегрируем (107,4) по энергиям конечного состояния:

$$dW = \frac{2\pi m}{\hbar} |H'_{21}|^2 p\, d\Omega. \qquad (107,5)$$

Величина импульса p определяется соотношением (107,1). Интеграл в матричном элементе (107,5) после подстановки указанных выше волновых функций легко вычисляется. Для этого представим его в виде

$$H'_{21} = -\frac{e}{m(2\pi\hbar)} \sqrt{\frac{Z^3}{\pi a^3 V\omega}} \int e^{-\frac{i(\mathbf{qr})}{\hbar}} \frac{\hbar}{i} (\mathbf{e}\nabla)\, e^{-\frac{Zr}{a}}\, dV,$$

где $\mathbf{e}$ — вектор поляризации фотона.

Здесь мы ввели вектор $\boldsymbol{q} = \hbar\boldsymbol{k} - \boldsymbol{p}$, представляющий импульс, переданный ядру, и воспользовались свойством поперечности электромагнитных волн $(\boldsymbol{ek}) = 0$. Интегрируя по частям, получаем

$$H'_{21} = -\frac{e}{m(2\pi\hbar)}\sqrt{\frac{Z^3}{\pi a^3 V\omega}}\,(\boldsymbol{ep})\int e^{-\frac{Zr}{a}} e^{\frac{i}{\hbar}(\boldsymbol{qr})}\,dV.$$

Переходя к сферическим координатам с полярной осью, направленной по вектору $\boldsymbol{q}$, находим

$$\int e^{-\frac{Zr}{a}} e^{\frac{i}{\hbar}(\boldsymbol{qr})}\,dV = \frac{2\pi\hbar}{iq}\int_0^\infty \left(e^{\frac{i}{\hbar}qr} - e^{-\frac{i}{\hbar}qr}\right) e^{-\frac{Zr}{a}}\, r\,dr = \frac{8\pi a^3}{Z^3\left(1+\frac{q^2a^2}{Z^2\hbar^2}\right)^2}.$$

Матричный элемент H'_{21}, следовательно, имеет вид

$$H'_{21} = -\frac{4e}{m\hbar}\sqrt{\frac{a^3}{\pi Z^3 V\omega}}\,(\boldsymbol{ep})\frac{1}{\left(1+\frac{q^2a^2}{\hbar^2Z^2}\right)^2}. \qquad (107,6)$$

Дифференциальное эффективное сечение фотоэффекта мы получим, если разделим вероятность перехода в единицу времени (107,5) на плотность потока падающих фотонов. Так как поглощается один квант и процесс нормируется так, что в объеме V имеется один фотон, то плотность потока падающих фотонов равна $\frac{c}{V}$. В соответствии с этим имеем

$$d\sigma = \frac{32\cdot 137^4}{Z^3}\,\frac{p\,(\boldsymbol{pe})^2 c^3}{(mc^2)^2\hbar\omega}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{d\Omega}{\left(1+\frac{q^2a^2}{\hbar^2Z^2}\right)^4}. \qquad (107,7)$$

Константа $r_0 = \frac{e^2}{mc^2} \sim 10^{-13}$ *см*, как известно, носит название классического радиуса электрона. Выражение (107,7) можно упростить. Обозначим прежде всего через ϑ угол между направлениями импульса падающего кванта и испущенного фотоэлектрона, т. е. угол между векторами $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{p}$, а через φ — угол между плоскостями $(\boldsymbol{pk})$ и $(\boldsymbol{ek})$. Тогда, обозначая $\hbar k = \varkappa$, имеем

$$(\boldsymbol{pe}) = p\sin\vartheta\cos\varphi, \qquad q^2 = p^2 + \varkappa^2 - 2p\varkappa\cos\vartheta. \qquad (107,8)$$

Выражение $1+\frac{q^2a^2}{\hbar^2Z^2}$, входящее в (107,7), также можно переписать в более простом виде

$$1+\frac{q^2a^2}{\hbar^2Z^2} = \frac{a^2}{\hbar^2Z^2}\left(\frac{Z^2\hbar^2}{a^2}+q^2\right) = \frac{a^2}{\hbar^2Z^2}\left(\frac{Z^2m^2e^4}{\hbar^2}+p^2+\varkappa^2-2p\varkappa\cos\vartheta\right).$$

Из соотношения (107,1), учитывая, что $I = \frac{Z^2e^4m}{2\hbar^2}$, следует

$$\frac{Z^2m^2e^4}{\hbar^2} + p^2 = 2m\hbar\omega = 2m\varkappa c.$$

Тогда предыдущее соотношение перепишется как

$$1+\frac{q^2a^2}{\hbar^2Z^2}=\frac{a^2}{\hbar^2Z^2}\varkappa\,(2mc+\varkappa-2p\cos\vartheta)=\frac{a^2}{\hbar^2Z^2}2m\hbar\omega\,(1-\beta\cos\vartheta), \tag{107,9}$$

где $\beta=\frac{v}{c}$.

Здесь мы использовали условие $\varkappa c=\hbar\omega\ll mc^2$. Абсолютную величину импульса p, входящего в (107,5), можно заменить, согласно (107,1) и (107,2), на величину $\sqrt{2m\hbar\omega}$. Учитывая соотношения (107,9) (107,8), получаем для дифференциального эффективного сечения (107,7) следующее выражение:

$$d\sigma=4\sqrt{2}\,\frac{Z^5}{137^4}r_0^2\left(\frac{mc^2}{\hbar\omega}\right)^{\frac{7}{2}}\frac{\sin^2\vartheta\cos^2\varphi}{(1-\beta\cos\vartheta)^4}d\Omega. \tag{107,10}$$

Поскольку выражение (107,10) получено в нерелятивистском приближении, оно имеет смысл лишь с точностью до членов первого порядка по β. Поэтому окончательно имеем:

$$d\sigma=4\sqrt{2}\,\frac{Z^5}{137^4}r_0^2\left(\frac{mc^2}{\hbar\omega}\right)^{\frac{7}{2}}\sin^2\vartheta\cos^2\varphi\,(1+4\beta\cos\vartheta)\,d\Omega. \tag{107,11}$$

Из выражения (107,11) следует, что фотоэлектроны испускаются в основном в направлении поляризации фотона $\vartheta=\frac{\pi}{2}$; $\varphi=0$. В направлении распространения кванта ($\vartheta=0$) фотоэлектроны не вылетают. С увеличением энергии кванта максимум сильно смещается в направлении вперед. Чтобы получить полное эффективное сечение фотоэффекта на K-оболочке, нужно проинтегрировать (107,11) по всем углам ϑ, φ и кроме того, ввести коэффициент 2, так как на K-оболочке имеются два электрона:

$$\sigma=\frac{32\sqrt{2}}{3}\pi\,\frac{Z^5}{137^4}r_0^2\left(\frac{mc^2}{\hbar\omega}\right)^{\frac{7}{2}}. \tag{107,12}$$

Мы видим, что полное сечение быстро растет с увеличением заряда ядра (как Z^5) и уменьшается с увеличением частоты кванта $\left(\text{как } \frac{1}{\omega^{7/2}}\right)$.

§ 108. Рассеяние света атомами

В качестве важного примера процесса, идущего с участием двух фотонов, рассмотрим квантовую теорию рассеяния света атомами. Пусть на атом падает фотон с волновым вектором $\boldsymbol{k}_1$, а испускается фотон с волновым вектором $\boldsymbol{k}_2$. Соответствующие частоты обозначим через ω_1 и ω_2, а векторы поляризации —