теории Дирака — существование античастиц — получила непосредственное подтверждение как для мезонов, так и для нуклонов.

В 1955 г. на ускорителе в реакции $p+p \to p+(\bar{p}+p)+p$ был обнаружен антипротон $\bar{p}$ — частица с отрицательным элементарным зарядом и с массой, равной массе протона. Несколько позднее наблюдалась реакция

$$p+\bar{p} \to n+\bar{n}$$

с образованием антинейтронов. Последние отличаются от нейтрона знаком магнитного момента и четностью. Античастицы аннигилируют с образованием других частиц. Например, протоны и антипротоны аннигилируют с образованием π- и K-мезонов.

Несмотря на все эти факты, количественные расчеты и, в частности, расчеты магнитного момента не согласуются с опытными данными. Если под m в формуле (118,10) понимать массу протона, то для его магнитного момента получается значение, отличающееся от опытного в 2,7 раза.

Это расхождение теории с опытом связано, по-видимому, с тем, что тяжелые частицы — протоны и нейтроны — сильно взаимодействуют с полем мезонов. В этом их отличие от электронов, которые сравнительно слабо взаимодействуют с электромагнитным полем [1]).

§ 119. Атом водорода в теории Дирака

Хотя движение электрона в атоме водорода отвечает нерелятивистским скоростям, нахождение релятивистских поправок к уровням энергии водорода представляло большой интерес, поскольку теория Шредингера не могла объяснить появление тонкой структуры в спектре водорода.

В § 38 было найдено, что уровни энергии атомов водорода зависят только от главного квантового числа. Между тем опыт показывает, что главное квантовое число характеризует уровни энергии лишь приближенно. В действительности имеет место расщепление возбужденных уровней на близкие подуровни. В результате в спектре водорода наблюдалось расщепление спектральных линий, ясно заметное в обычном спектрометре и особенно точно измеренное с помощью современных методов радиоспектроскопии. Оказалось, что это расщепление уровней связано со спин-орбитальным взаимодействием и вытекает из теории Дирака.

[1]) Соображения о возможности применения уравнения Дирака к нуклонам подробнее см. в книге: А. И. Ахиезер и В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика, «Наука», 1969, стр 129.

Уравнение Дирака для стационарного движения в кулоновском поле имеет вид

$$[c\alpha\hat{p} + mc^2\beta]\,\psi = \left(E + \frac{Ze^2}{r}\right)\psi.$$

Уравнение Дирака как и уравнение Шредингера, в кулоновском поле допускает точное решение. Однако в отличие от уравнения Шредингера уравнение Дирака не приводит к раздельным законам сохранения полного и спинового моментов (см. § 117). Вычисления показывают, что только в нерелятивистском приближении можно говорить о постоянных значениях орбитального и спинового моментов. В последнем случае оказывается, что гамильтониан приобретает вид [1])

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U + \frac{1}{2mc^2}\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\hat{s}\hat{L} + O\left(\frac{1}{c^2}\right), \qquad (119,1)$$

где первые два члена совпадают с гамильтонианом уравнения Шредингера, а второе слагаемое представляет энергию спин-орбитального взаимодействия. Невыписанные члены порядка $1/c^2$ содержат релятивистские поправки к кинетической и потенциальной энергии, не имеющие наглядной интерпретации.

Решение уравнения Дирака приводит к следующему выражению для энергии электрона [2]):

$$E = mc^2 - \frac{Z^2e^4m}{2\hbar^2n^2} - \left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^4 \frac{mc^2}{2n^4}\left(\frac{n}{\left(j+\frac{1}{2}\right)} - \frac{3}{4}\right), \qquad (119,2)$$

где $j = l + \frac{1}{2}$ — собственное значение оператора полного момента; остальные величины имеют тот же смысл, что и в формуле (38,17). Уровни энергии зависят теперь не только от n, но также и от j.

Случайное вырождение (см. § 38) снимается, и уровни энергии с одним и тем же значением n, но разными j имеют различное значение. Однако это расщепление уровней весьма мало по сравнению с расстоянием между соседними уровнями с различными n.

Сохраняется вырождение состояний с одинаковыми значениями j. Например, при $n = 2$ имеются следующие три состояния: $2S_{1/2}$, $2P_{1/2}$ и $2P_{3/2}$. Первые два состояния являются вырожденными, поскольку они отвечают $n = 2$ и $j = {}^1/_2$.

До сравнительно недавнего времени считалось, что теория Дирака передает тонкую структуру уровней водорода с огромной

---

1) См. Л. Шифф, Квантовая механика, ИЛ, 1957, стр. 379.

2) Для удобства сравнения с нерелятивистскими результатами формула (119,2) получена из точной формулы разложением по степеням $Ze^2/\hbar c$.

степенью точности. Точно совпадали с опытными данными расположение термов, правила отбора и интенсивности линий. Лишь в 1953 г. Лэмбом, применившим радиоспектроскопические методы измерения, было обнаружено, что уровни $2S_{1/2}$ и $2P_{1/2}$ имеют несколько различные энергии.

Это расхождение между формулой (119,2), полученной из теории Дирака, и опытом связано с фундаментальными свойствами материи — реальностью вакуума — и в конечном счете не только не противоречит теории Дирака, но является одним из самых блестящих ее подтверждений. Новые расчетные методы, с помощью которых из теории Дирака было найдено лэмбовское смещение, будут изложены в гл. XIV.

§ 120. Инвариантность уравнения Дирака по отношению к отражению, повороту и лоренцеву преобразованию координат

В § 113 мы рассмотрели некоторые свойства уравнения Дирака. Покажем теперь, что это уравнение удовлетворяет условиям инвариантности по отношению к отражению, повороту и преобразованию Лоренца. Поворот пространственной системы координат и преобразование Лоренца являются линейными и ортогональными преобразованиями. Мы можем записать их в виде

$$\left.\begin{aligned} x'_\mu &= a_{\mu\nu} x_\nu, \\ x_\nu &= a_{\mu\nu} x'_\mu, \\ a_{\mu\nu} a_{\mu\rho} &= \delta_{\nu\rho}. \end{aligned}\right\} \tag{120,1}$$

Найдем преобразование волновой функции

$$\psi' = S\psi, \tag{120,2}$$

которое оставляет инвариантным уравнение Дирака при линейных преобразованиях (120,1). Преобразованная волновая функция по условию удовлетворяет уравнению Дирака

$$\gamma_\mu \frac{\partial \psi'}{\partial x'_\mu} + \frac{mc}{\hbar} \psi' = 0. \tag{120,3}$$

Производные $\frac{\partial}{\partial x'_\mu}$ можно преобразовать с помощью соотношения

$$\frac{\partial}{\partial x'_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu} \frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu} = a_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu}. \tag{120,4}$$

Используя (120,4), преобразуем уравнение (120,3) к виду

$$a_{\mu\nu} \gamma_\mu S \frac{\partial \psi}{\partial x_\nu} + \frac{mc}{\hbar} S\psi = 0. \tag{120,5}$$