Сохранение комбинированной четности было проверено на довольно большом экспериментальном материале. Поэтому тем более неожиданным оказалось слабое нарушение этого закона сохранения, обнаруженное в опытах по распаду нейтральных K-мезонов.

Несохранение четности при слабых взаимодействиях приводит к тому, что гамильтониан $\hat{H}'$ уже не обязательно должен быть скаляром по отношению к отражениям. В общем случае, следовательно, гамильтониан (122,3) следует дополнить, введя в него члены, которые меняют знак при отражении координат

$$\hat{H}' = \sum_{k=1}^{5} \left\{ g_k (\bar{\psi}_C \Gamma_k \psi_A)(\bar{\psi}_D \Gamma_k \psi_B) + g'_k (\bar{\psi}_C \Gamma_k \psi_A)(\bar{\psi}_D \Gamma_k \gamma_5 \psi_B) \right\} + \text{э. с.} \tag{122,5}$$

Второе слагаемое в каждом члене суммы является псевдоскаляром. Постоянные g'_k, вообще говоря, не совпадают с постоянными g_k. Увеличение числа постоянных, казалось бы, затрудняет интерпретацию имеющихся экспериментальных данных и сравнение их с выводами теории. Однако на самом деле несохранение четности открыло новые возможности и привело к формулировке универсального закона четырехфермионных взаимодействий.

§ 123. Теория двухкомпонентного нейтрино. Универсальное четырехфермионное взаимодействие

Открытие несохранения четности в слабых взаимодействиях позволило сформулировать теорию продольного или двухкомпонентного нейтрино [1]). Теория двухкомпонентного нейтрино основана на предположении, что масса нейтрино не просто мала, но точно равна нулю. Поскольку нейтрино имеет спин, равный половине, оно описывается уравнением Дирака, которое при $m = 0$ для состояния с заданным импульсом p имеет вид [2]) [см. (115,3)]

$$Eu = (\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{p})\, u, \qquad E = \pm |\boldsymbol{p}|. \tag{123,1}$$

От уравнения (123,1) для четырехкомпонентной функции u можно перейти к уравнению для двухкомпонентных функций. Полагая $u = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} w \\ w' \end{pmatrix}$ и учитывая, что $\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$, перепишем

---

[1]) Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **32**, 407 (1957); Nuclear Phys. **3**, 127 (1957); A. Salam, Nuovo Cimento **5**, 299 (1957). См. перевод в сборнике «Новые свойства симметрии элементарных частиц», ИЛ, 1957.

[2]) В этом параграфе и далее мы пользуемся системой единиц, в которой $\hbar = 1$, $c = 1$.

уравнение (123,1) в виде

$$\left.\begin{aligned} Ew &= (\sigma p)\, w', \\ Ew' &= (\sigma p)\, w. \end{aligned}\right\} \qquad (123,2)$$

Складывая и вычитая уравнения (123,2), получим

$$\left.\begin{aligned} E\varphi_+ &= (\sigma p)\, \varphi_+, \\ E\varphi_- &= -(\sigma p)\, \varphi_-, \end{aligned}\right\} \qquad (123,3)$$

где

$$\varphi_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(w + w'), \qquad \varphi_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(w - w').$$

Мы видим, что двухкомпонентные функции φ_+ и φ_- удовлетворяют уравнениям первого порядка. Конечно, если бы четность сохранялась, мы не могли бы пользоваться суперпозицией функций w и w', так как эти функции по-разному преобразуются при инверсии системы координат. Действительно, поскольку σ — аксиальный вектор, а p — полярный вектор, то произведение (σp) является псевдоскаляром. Тогда из (123,2) видим, что если w преобразуется при отражении как полярный спинор, то w' образуется как псевдоспинор, и наоборот.

Выбирая направление вектора p за ось z, получаем из (123,3):

$$\left.\begin{aligned} \sigma_z\varphi_+ &= \varphi_+ \quad &\text{при} \quad E = |p|, \\ \sigma_z\varphi_+ &= -\varphi_+ \quad &\text{при} \quad E = -|p| \end{aligned}\right\} \qquad (123,4)$$

и

$$\left.\begin{aligned} \sigma_z\varphi_- &= -\varphi_- \quad &\text{при} \quad E = |p|, \\ \sigma_z\varphi_- &= \varphi_- \quad &\text{при} \quad E = -|p|. \end{aligned}\right\} \qquad (123,5)$$

Мы видим, что функции φ_+ и φ_- описывают состояния, поляризация (проекция спина на ось z) которых однозначно связана со знаком энергии. Так, функция φ_- описывает состояние, поляризованное против направления импульса при $E = |p|$ и по направлению импульса при $E = -|p|$, а функция φ_+, наоборот, — состояние, поляризованное по импульсу при $E = |p|$ и против импульса при $E = -|p|$.

В теории продольного нейтрино предполагается, что нейтрино ($E = |p|$) и антинейтрино ($E = -|p|$) описываются функцией φ_-, т. е. нейтрино всегда поляризовано против направления импульса, а антинейтрино — всегда по направлению импульса. Конечно, с равным успехом можно было бы предположить, что нейтрино и антинейтрино описываются функцией φ_+, однако это приводит к выводам, не согласующимся с данными эксперимента. Если энергию антинейтрино также считать положительной

$E = |\boldsymbol{p}|$, то антинейтрино будет описываться функцией φ_+ [ср. первое уравнение (123,4) и второе уравнение (123,5)].

При инверсии системы координат аксиальный вектор $\boldsymbol{\sigma}$ не изменяется, а полярный вектор $\boldsymbol{p}$ изменяет направление на противоположное. Следовательно, при этом нейтрино переходит в антинейтрино и наоборот, в согласии с идеями, выдвинутыми Л. Д. Ландау (сохранение комбинированной четности).

Весь приведенный вывод существенно основывался на предположении, что масса нейтрино строго равна нулю. Это сразу следует и из следующих наглядных соображений. Если бы масса нейтрино не была бы равна нулю, то оно двигалось бы со скоростью, меньшей скорости света. Тогда нашлась бы такая инерциальная система координат, двигающаяся относительно лабораторной со скоростью, большей скорости нейтрино, в которой направление импульса нейтрино изменилось бы на обратное. Так как направление спина при таком преобразовании не изменяется, мы имели бы в одной инерциальной системе координат нейтрино, а в другой антинейтрино, т. е. пришли бы к противоречию, поскольку нейтрино и антинейтрино, по предположению, не тождественны.

Не представляет труда сформулировать теорию продольного нейтрино в рамках обычного аппарата, т. е. с помощью четырехкомпонентных функций. Именно, легко видеть [см. (113,16)], что если биспинор ψ является решением уравнения Дирака с массой покоя, равной нулю,

$$\gamma_\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} = 0,$$

то решением этого уравнения будут и функции ψ_+ и ψ_-:

$$\left.\begin{aligned} \psi_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(1-\gamma_5)\,\psi, \\ \psi_- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\gamma_5)\,\psi, \end{aligned}\right\} \qquad (123,6)$$

или соответственно для состояний с определенным импульсом

$$u_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(1-\gamma_5)\,u, \qquad u_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\gamma_5)\,u, \qquad (123,7)$$

где u удовлетворяет уравнению (123,1).

Легко видеть, что функции u_+ и u_- выражаются через φ_+ и φ_-. Действительно, полагая $u = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} w \\ w' \end{pmatrix}$ и учитывая, что $\gamma_5 = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, где четырехрядная матрица записана через двухрядные, получаем:

$$\left.\begin{aligned} u_+ &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} w+w' \\ w+w' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \varphi_+ \\ \varphi_+ \end{pmatrix}, \\ u_- &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} w-w' \\ -(w-w') \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \varphi_- \\ -\varphi_- \end{pmatrix}. \end{aligned}\right\} \tag{123,8}$$

Функция

$$\psi_- = u_- e^{i(pr - Et)}, \tag{123,9}$$

описывает нейтрино при $E = |p|$. Она является собственной функцией оператора проекции спина $\hat{s}_z$, $\hat{s}_z = \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{pmatrix}$, соответствующей собственному значению —1, $\hat{s}_z u_- = -u_-$ при $E = |p|$ (нейтрино). Антинейтрино ($E = |p|$) описывается функцией u_+ и ψ_+ соответственно. При действии оператора $\hat{s}_z$ имеем $\hat{s}_z u_+ = u_+$ при $E = |p|$ (антинейтрино).

Заметим также, что функции ψ_+ и ψ_- являются собственными функциями оператора γ_5. Действительно, так как $\gamma_5^2 = 1$, то из (123,6) следует, что

$$\left.\begin{aligned} \gamma_5\psi_+ &= -\psi_+, \\ \gamma_5\psi_- &= \psi_-. \end{aligned}\right\} \tag{123,10}$$

Оператор γ_5 получил название оператора спиральности. Собственному значению $\gamma_5 = +1$ отвечает левая спиральность, собственному значению $\gamma_5 = -1$ — правая спиральность. В терминах оператора спиральности предыдущим результатам может быть придано наглядное толкование: у частицы между направлением вектора импульса и направлением вектора спина имеется строгая корреляция. У нейтрино спин σ антипараллелен p ($\gamma_5 = 1$); у антинейтрино параллелен ($\gamma_5 = -1$). Если наглядно представлять спин как вращение частицы, то нейтрино вращается как левый винт вокруг оси p (рис. 28). При пространственной инверсии направление p изменяется на противоположное, а вектор σ остается неизменным. Нейтрино со спином, имеющим «неправильную» ориентацию, не существует. Поэтому при отражении пространственных координат необходимо допустить превращение нейтрино в антинейтрино, в соответствии с принципом комбинированной четности.

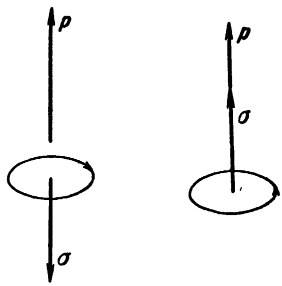

Рис. 28.

Гелл-Манн и Фейнман[1]) высказали гипотезу, что свойство спиральности имеет общий характер и является характеристикой всех фермионов, а не только нейтрино. Согласно этой гипотезе преобразование (123,6) должно иметь место для всех четырех фермионов, участвующих в процессе слабого взаимодействия (122,2). Это означает, что в общем выражении (122,5) операторы ψ_C, ψ_D, ψ_A и ψ_B должны быть заменены соответственно на операторы

$$\chi_C = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\gamma_5)\psi_C, \qquad \chi_A = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\gamma_5)\psi_A,$$

$$\chi_D = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\gamma_5)\psi_D, \qquad \chi_B = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\gamma_5)\psi_B.$$

Поясним это предположение. Отметим прежде всего, что операторы χ фактически являются двухкомпонентными. Через спиноры w и w', входящие в ψ, они выражаются аналогично (123,8),

$$\chi = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} w - w' \\ -(w - w') \end{pmatrix}.$$

Так как $\chi = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\gamma_5)\psi$, то, действуя на обе части равенства оператором $\frac{1}{\sqrt{2}m}\left[\gamma_\mu\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA_\mu\right) - m\right]$ и учитывая уравнение Дирака

$$\left[\gamma_\mu\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA_\mu\right) + m\right]\psi = 0,$$

получим

$$-\frac{1}{\sqrt{2}m}\left[\gamma_\mu\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA_\mu\right) - m\right]\chi = \psi. \qquad (123,11)$$

Подставляя в уравнение Дирака ψ в виде (123,11), получим уравнение второго порядка, которому удовлетворяет оператор χ

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA_\mu\right)^2 + e\sigma_{\mu\nu}F_{\mu\nu} - m^2\right]\chi = 0, \qquad (123,12)$$

где

$$\sigma_{\mu\nu} = -\frac{i}{2}(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)$$

и

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x_\mu}A_\nu - \frac{\partial}{\partial x_\nu}A_\mu.$$

Фейнман и Гелл-Манн предположили, что оператор χ является более фундаментальным, чем оператор ψ, и поэтому

[1]) R. Feynman, H. Gell-Mann, Phys. Rev. **109**, 193 (1958). [См. русский перевод ПСФ, вып. 4, стр. 3 (1958).]

гамильтониан взаимодействия (122,3) не должен содержать производных именно оператора χ. Поэтому ввиду (123,11) в гамильтониан взаимодействия должен входить оператор χ, а не ψ.

Такое предположение сразу приводит к тому, что из всех вариантов взаимодействия оказываются возможными лишь векторный и аксиально-векторный (с одинаковыми константами), а все остальные дают нуль.

Покажем, например, что обращается в нуль псевдоскалярный вариант

$$\hat{H}' = \frac{1}{4} g_5 \left(\overline{(1+\gamma_5)\psi_c}\,\gamma_5 (1+\gamma_5)\psi_A\right)\left(\overline{(1+\gamma_5)\psi_D}\,\gamma_5(1+\gamma_5)\psi_B\right) + \\ + \frac{1}{4} g_5' \left(\overline{(1+\gamma_5)\psi_c}\,\gamma_5(1+\gamma_5)\psi_A\right)\left(\overline{(1+\gamma_5)\psi_D}\,(1+\gamma_5)\psi_B\right) + \text{э. с.},$$

но

$$\gamma_5(1+\gamma_5) = 1+\gamma_5.$$

Следовательно, оба члена идентичны. Далее,

$$\overline{(1+\gamma_5)\psi} = ((1+\gamma_5)\psi)^+\gamma_4 = \psi^+(1+\gamma_5)\gamma_4 = \bar{\psi}(1-\gamma_5).$$

Следовательно, в скобках появляются члены

$$(1-\gamma_5)(1+\gamma_5) = 1-\gamma_5^2 = 0.$$

Нуль дает также скалярный и тензорный варианты.

Учитывая, что

$$\gamma_5(1+\gamma_5) = (1+\gamma_5), \qquad (1+\gamma_5)^2 = 2(1+\gamma_5),$$

имеем для векторного и аксиально-векторного вариантов

$$\hat{H}' = \frac{1}{4}(g_2+g_2')\left[\bar{\psi}_C(1-\gamma_5)\gamma_\nu(1+\gamma_5)\psi_A\right]\left[\bar{\psi}_D(1-\gamma_5)\gamma_\nu(1+\gamma_5)\psi_B\right] + \\ + \frac{1}{4}(g_4+g_4')\left[\bar{\psi}_C(1-\gamma_5)\gamma_\nu\gamma_5(1+\gamma_5)\psi_A\right] \times \\ \times \left[\bar{\psi}_D(1-\gamma_5)\gamma_\nu\gamma_5(1+\gamma_5)\psi_B\right] + \text{э. с.} = \\ = \frac{1}{4}(g_2+g_2'+g_4+g_4')\left[\bar{\psi}_C\gamma_\nu 2(1+\gamma_5)\psi_A\right]\left[\bar{\psi}_D\gamma_\nu 2(1+\gamma_5)\psi_B\right] + \text{э. с.} \equiv \\ \equiv f(\bar{\psi}_C\gamma_\nu(1+\gamma_5)\psi_A)(\bar{\psi}_D\gamma_\nu(1+\gamma_5)\psi_B) + \text{э. с.} \qquad (123,13)$$

Точно к такому же виду для гамильтониана четырехферментного взаимодействия пришли Сударшан и Маршак [1]), основываясь на тщательном анализе экспериментальных данных.

Гамильтониан взаимодействия (123,13) дает универсальный закон четырехфермионного взаимодействия с единой константой

[1]) Русский перевод работы см. ПСФ, вып. 2, стр. 3 (1959).

связи f. При анализе конкретных процессов с помощью гамильтониана (123,13) нужно учитывать также и так называемый закон сохранения лептонного заряда. Лептонами называются легкие частицы, принимающие участие в процессах со слабым взаимодействием, а именно: электроны e^-, μ^--мезоны, нейтрино ν. Частицы e^+, μ^+ и ν^+ называются антилептонами. Лептонам приписывается лептонный заряд $+1$, антилептонам -1. Для остальных частиц, например, нуклонов, лептонный заряд полагается равным нулю. Полный лептонный заряд (алгебраическая сумма лептонных зарядов) должен в реакции сохраняться. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен в гл. XV.

Рассмотрим, например, распад μ^--мезона

$$\mu^- \to e^- + \nu + \bar{\nu}. \qquad (123,14)$$

Распад с испусканием двух нейтрино (или антинейтрино), очевидно, запрещен законом сохранения лептонного заряда.

Гамильтониан взаимодействия (123,14) в соответствии с (123,13) имеет вид

$$\hat{H}' = f(\bar{\psi}_e\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_\nu)(\bar{\psi}_\nu\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_{\mu^-}) + \text{э. с.} \qquad (123,15)$$

Для процесса β-распада нейтрона соответственно имеем:

$$\hat{H}' = f(\bar{\psi}_e\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_\nu)(\bar{\psi}_p\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_n) + \text{э. с.} \qquad (123,16)$$

Зная гамильтониан взаимодействия, не представляет труда обычными методами теории возмущений определить вероятность соответствующего процесса. Универсальный закон четырехфермионного взаимодействия, предложенный Гелл-Манном — Фейнманом и Сударшаном — Маршаком, количественно подтвержден большим экспериментальным материалом.