

§ 135. Изотопически инвариантное взаимодействие

В § 67 отмечалось, что ядерные силы, т. е. силы, действующие между двумя нуклонами атомного ядра, обладают свойством зарядовой независимости. Это свойство наиболее просто описывается в рамках формализма изоспина. Гипотеза зарядовой независимости ядерных сил утверждает, что взаимодействие двух протонов, двух нейтронов и протона с нейтроном, находящихся в одинаковых пространственно-спиновых состояниях, является идентичным. Из обобщенного принципа Паули следует, что если два нуклона находятся в изотриплетном состоянии (симметричном относительно переменных изоспина), то их координатная волновая функция антисимметрична. Для протона и нейтрона, находящихся в изосинглетном состоянии, спин-координатная часть волновой функции симметрична. Это означает, что взаимодействие двух нуклонов в состояниях $|1, +1\rangle$, $|1, 0\rangle$ и $|1, -1\rangle$ при прочих равных условиях будет одинаковым, в то время как взаимодействие в состоянии $|0, 0\rangle$ является, вообще говоря, существенно иным.

В качестве примера рассмотрим дейтрон, состоящий из одного протона и одного нейтрона. Координатная волновая функция его основного состояния ($l = 0$) симметрична, спиновая волновая функция также симметрична (полный момент дейтрона равен 1, т. е. он находится в триплетном спиновом состоянии 3S_1 ¹⁾); поэтому изоспиновая часть волновой функции должна быть антисимметричной и образовывать изосинглет. Из эксперимента известно, что энергия связи дейтрона равна 2,23 Мэв. С другой стороны, если бы дейтрон находился в основном состоянии 1S_0 , то его изоспиновая волновая функция была бы симметричной, т. е. являлась бы изовектором. В этом случае связанных состояний не существует.

Таким образом, в предположении зарядовой независимости ядерные силы определяются изоспином T , но не его проекцией T_3 . Следовательно, в феноменологической теории ядерных сил, в которой взаимодействие между нуклонами описывается некоторым потенциалом, гамильтониан может содержать лишь инвариантный оператор \hat{T}^2 квадрата полного изоспина системы нуклонов, который можно записать в виде

$$\hat{T}^2 = (\hat{T}' + \hat{T}'')^2 = \frac{1}{4} (\boldsymbol{\tau}' + \boldsymbol{\tau}'')^2 = \frac{1}{4} \boldsymbol{\tau}'^2 + \frac{1}{4} \boldsymbol{\tau}''^2 + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\tau}' \boldsymbol{\tau}''). \quad (135,1)$$

Здесь $\boldsymbol{\tau}' = \{\tau'_1, \tau'_2, \tau'_3\}$ и $\boldsymbol{\tau}'' = \{\tau''_1, \tau''_2, \tau''_3\}$ — матрицы Паули, действующие на изоспиновые индексы первого и второго нуклонов соответственно. Так как операторы $\boldsymbol{\tau}'^2$ и $\boldsymbol{\tau}''^2$ кратны единич-

¹⁾ С небольшой примесью состояния 3D_1 (см. § 76).

ному, то зависимость гамильтониана взаимодействия от переменных изоспина определяется лишь скалярным произведением $(\tau' \tau'')$:

$$\hat{H}_{\text{int}} = u_1 + u_2(\tau' \tau''). \quad (135,2)$$

При этом u_1 и u_2 зависят лишь от координат и обычного спина; они расписаны в § 76.

Легко проверить, что гамильтониан (135,2) коммутирует с операторами проекций изоспина \hat{T}_α , а значит, и с оператором \hat{T}^2 :

$$[\hat{H}_{\text{int}}, T_\alpha] = [\hat{H}_{\text{int}}, \underline{T}^2] = 0. \quad (135,3)$$

Следовательно, если не учитывать кулоновского взаимодействия протонов и небольшого различия в массах протона и нейтрона, то в системе взаимодействующих нуклонов имеет место не только закон сохранения проекции изоспина, выражающий тривиальный факт сохранения заряда, но и закон сохранения полного изоспина, который может служить формулировкой зарядовой независимости.

Обратимся теперь к взаимодействию нуклонов с π -мезонами; как мы знаем из § 67, именно оно ответственно за существование ядерных сил, т. е. за взаимодействие нуклонов, которое выше рассматривалось чисто феноменологически. Последовательное обсуждение соответствующих вопросов возможно лишь в рамках квантовой теории поля, поэтому ограничимся некоторыми замечаниями. Аналогично тому, как это делалось в § 122 при описании слабого взаимодействия, будем рассматривать нуклонные и π -мезонные функции N_i и π_j^k как операторы в пространстве чисел заполнения. Оператор N_i соответствует поглощению нуклона и рождению антинуклона, оператор $(N^+)_i$, наоборот, рождает нуклон и поглощает антинуклон. Оператор π_j^k рождает и поглощает π -мезоны.

Основными процессами, обусловленными рассматриваемым взаимодействием, являются процессы виртуального рождения и поглощения нуклонами π -мезонов (см. § 67). Поэтому плотность гамильтониана взаимодействия должна иметь следующую общую структуру:

$$N^+ N \pi.$$

Так как π -мезонный оператор является псевдоскаляром, то релятивистская инвариантность и сохранение четности требуют, чтобы он умножался на псевдоскалярную комбинацию N^+ и N . Вспоминая результаты § 121, приходим к выражению

$$\bar{N} \gamma_5 N \pi.$$

Вследствие зарядовой независимости π — N -взаимодействия плотность гамильтониана должна быть изоскаляром. Из матриц \bar{N}^i , N_j и π_k^l можно образовать лишь одну комбинацию такого типа:

$$\bar{N}^i N_j \pi_k^l.$$

Таким образом, окончательно

$$\hat{H}_{\text{int}} = \sqrt{2} g \bar{N}^i \gamma_5 N_j \pi_k^l, \quad (135,4)$$

где g — константа сильного пион-нуклонного взаимодействия (аналог электрического заряда), а множитель $\sqrt{2}$ введен по причинам исторического порядка (см. ниже).

Используя явный вид нуклонных и π -мезонных матриц \bar{N}^i , N_j и π_k^l [см. (133,17), (133,18) и (133,24) и (135,4)], получим

$$\hat{H}_{\text{int}} = g \left[\sqrt{2} \bar{p} \gamma_5 n \pi^+ + \sqrt{2} \bar{n} \gamma_5 p \pi^- + (\bar{p} \gamma_5 p - \bar{n} \gamma_5 n) \pi^0 \right]. \quad (135,5)$$

Следовательно, в предположении зарядовой независимости имеет место следующее соотношение между константами π — N -взаимодействия:

$$g_{p\pi\pi^+} : g_{p\pi\pi^-} : g_{p\pi\pi^0} : g_{n\pi\pi^0} = 1 : 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right). \quad (135,6)$$

Учитывая явный вид матриц Паули и переходя к векторной мезонной функции π (133,26), легко проверить, что плотность гамильтониана (135,4) можно переписать как

$$\hat{H}_{\text{int}} = g \bar{N} \gamma_5 \boldsymbol{\tau} N \boldsymbol{\pi}, \quad (135,7)$$

где подразумевается, что изовекторы $\boldsymbol{\tau}$ и $\boldsymbol{\pi}$ скалярно перемножаются. В старых работах только эта форма записи и использовалась, чем объясняется появление множителя $\sqrt{2}$ в выражении (135,4). Аналогично описывается взаимодействие других барионов с мезонами; например, для системы Λ , Σ , Σ легко получить, что

$$\hat{H}_{\text{int}} = \sqrt{2} g' \bar{\Sigma}_i^l \gamma_5 \Sigma_k^i \pi_j^k. \quad (135,8)$$

В заключение еще раз подчеркнем, что электромагнитное взаимодействие нуклонов нарушает инвариантность относительно преобразований из изогруппы $SU(2)$, и сформулированные выше результаты перестают быть справедливыми. Для него плотность гамильтониана можно написать из тех же соображений, которые использовались при получении (135,4). Учитывая, что оператором рождения и уничтожения фотонов является вектор-потенциал A_μ , будем иметь

$$\hat{H}_{\text{int}} = e \bar{N} \gamma_\mu \hat{Q} N A_\mu, \quad (135,9)$$

где \hat{Q} — оператор заряда нуклона, который дается формулой (133,14). Поэтому

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{1}{2} e \bar{N} \gamma_{\mu} (I + \tau_3) N A_{\mu}, \quad (135,10)$$

т. е. плотность гамильтониана наряду с изоскалярной содержит и изовекторную часть (слагаемое с τ_3). Наличие последней нарушает сохранение полного изоспина T , хотя его проекция T_3 сохраняется. Но интенсивность электромагнитного взаимодействия гораздо меньше интенсивности сильного взаимодействия, так что электромагнитными поправками часто можно пренебречь, рассматривая их в лучшем случае в качестве малого возмущения.

Некоторые количественные следствия гипотезы зарядовой независимости сильного взаимодействия, эквивалентной сохранению полного спина, приводятся в следующем параграфе.

§ 136. Рассеяние нуклонов и π -мезонов

Применим формализм изоспина к анализу процессов рассеяния нуклонов на нуклонах и π -мезонов на нуклонах. Обобщение на случай любых других адронов не составляет никакого труда.

Пусть рассматривается несколько реакций:

$$a_i + b_i \rightarrow c_i + d_i, \quad (136,1)$$

причем все частицы типа a (а также b , c и d) принадлежат одному и тому же изомультиплету. Для волновых функций начального и конечного состояний будем использовать дираковские обозначения $|a_i b_i\rangle$ и $|c_i d_i\rangle$. Амплитуда рассеяния $f^{(i)}$ пропорциональна матричному элементу

$$M^{(i)} = \langle c_i d_i | a_i b_i \rangle, \quad (136,2)$$

квадрат модуля которого определяет дифференциальное и полное (после интегрирования по углам) сечения процесса.

Предположим сначала, что состояние частиц до рассеяния имеет определенные значения изоспина T и его проекции T_3 , т. е. его волновой функцией является $|T, T_3\rangle$. Если выделить часть матричного элемента, соответствующую кулоновскому рассеянию, то из зарядовой независимости будет следовать, что в процессе реакции изоспин не меняется:

$$\langle T', T_3 | T, T_3 \rangle = 0 \quad \text{при} \quad T' \neq T, \quad (136,3)$$

т. е. волновой функцией конечного состояния является также функция типа $|T, T_3\rangle$. Кроме того, матричный элемент, отвечающий рассеянию за счет сильного взаимодействия, не может