в нуль, то для унитарно скалярной частицы $T = T_3 = Y = Q = 0$. Однако среди множества резонансных состояний нет пока ни одного, волновую функцию которого можно было бы с полной достоверностью рассматривать в качестве унитарного скаляра.

Зато унитарные синглеты играют решающую роль в разрешении упомянутой выше трудности с векторными мезонами. Можно считать, что реальные ω- и φ-мезоны представляют различные суперпозиции унитарно синглетного состояния φ' и октуплетного состояния ω', аналогичного η-мезону. В случае строгой унитарной симметрии такое смешивание компонент из мультиплетов разной природы запрещено, но в результате нарушения $SU(3)$-симметрии реальным сильным взаимодействием оно уже не является невозможным. Таким образом, векторные мезоны образуют не октуплет, а нонуплет. По этому поводу мы ограничимся лишь сделанными замечаниями общего характера, отсылая читателя к литературе.

Перечислим теперь без каких-бы то ни было комментариев некоторые унитарные мультиплеты, по которым размещаются резонансы. Оказывается, что существует семейство из девяти мезонов 2^+ (в него входит, в частности, упоминавшийся в § 129 f^0-мезон), которые также образуют нонуплет. Несколько более сомнительными являются нонуплет мезонов 1^+, октуплет барионных резонансов $3/2^-$ и октуплеты барионных резонансов $5/2^+$ и $7/2^+$. Для окончательного решения вопроса пока не хватает данных.

§ 139. Некоторые следствия строгой унитарной симметрии

В этом параграфе кратко описываются некоторые физические следствия гипотезы строгой унитарной симметрии адронов. Следует сразу же подчеркнуть, что они не могут претендовать на хорошее согласие с экспериментальными данными, так как уже реальное сильное взаимодействие в значительной степени нарушает $SU(3)$-инвариантность теории. Более реалистическая схема в общих чертах описывается в следующем параграфе.

Рассмотрим прежде всего взаимодействие стабильных барионов спина $1/2^+$ (октуплет B_i^l) с псевдоскалярными мезонами (октуплет M_i^l). В квантовой теории поля барионные и мезонные функции считаются операторами в пространстве чисел заполнения. Аналогично тому, как это делалось в § 135, плотность гамильтониана взаимодействия следует строить в виде инвариантной комбинации функций $\overline{B}_i^l$, B_k^l и M_m^n. Прежде всего образуем из этих функций унитарные скаляры. Замечая, что из $\overline{B}_i^l$ и B_k^l

можно сконструировать два октуплета

$$\overline{B}{}^j_i B^k_j - \frac{1}{3}\delta^k_i \overline{B}{}^j_m B^m_j \quad \text{и} \quad \overline{B}{}^k_j B^j_i - \frac{1}{3}\delta^k_i \overline{B}{}^m_j B^j_m,$$

свернем эти матрицы с мезонной функцией M^i_k. Учитывая, что

$$\delta^k_i M^i_k = M^i_i = 0,$$

приходим к двум унитарным скалярам

$$\overline{B}{}^j_i B^k_j M^i_k \quad \text{и} \quad \overline{B}{}^k_j B^j_i M^i_k,$$

которыми и исчерпываются возможные инварианты. Обычно выбирают их сумму и разность, так что барион-мезонное взаимодействие описывается следующей плотностью гамильтониана:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{2}} g^{(F)} \left[\overline{B}{}^j_i \gamma_5 B^k_j - \overline{B}{}^k_j \gamma_5 B^j_i\right] M^i_k + \\ + \frac{1}{\sqrt{2}} g^{(D)} \left[\overline{B}{}^j_i \gamma_5 B^k_j + \overline{B}{}^k_j \gamma_5 B^j_i\right] M^i_k \qquad (139,1)$$

(матрица γ_5 введена из тех же соображений, что в § 135), содержащей две независимые константы связи $g^{(F)}$ и $g^{(D)}$). По определенным причинам первый член гамильтониана (139,1) называется F-связью, второй D-связью.

Используя (138,10)—(138,11), запишем компоненты барионной и мезонной матрицы через волновые функции изомультиплетов:

$$B_{33} = -\frac{2}{\sqrt{6}}\Lambda, \quad B^a_b = \Sigma^a_b + \frac{1}{\sqrt{6}}\Lambda\delta^a_b, \quad B^3_a = N_a, \quad B^a_3 = \Xi^a;$$

$$\overline{B}_{33} = -\frac{2}{\sqrt{6}}\overline{\Lambda}, \quad \overline{B}{}^a_b = \overline{\Sigma}{}^a_b + \frac{1}{\sqrt{6}}\overline{\Lambda}\delta^a_b, \quad \overline{B}{}^3_a = \overline{\Xi}_a, \quad \overline{B}{}^a_3 = \overline{N}{}^a;$$

$$M^3_3 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta, \quad M^a_b = \pi^a_b + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta\delta^a_b, \quad M^3_a = K_a, \quad M^a_3 = \tilde{K}^a$$

(a, b = 1,2 — изоспиновые индексы). Подставляя их в (139,1), получим:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\sqrt{2}\, g^{(F)} \pi^c_a \overline{\Sigma}{}^b_c \gamma_5 \Sigma^a_b + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(g^{(D)} + g^{(F)}\right) \pi^c_a \overline{N}{}^a \gamma_5 N_c + \\ + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(g^{(D)} - g^{(F)}\right) \pi^c_a \overline{\Xi}_c \gamma_5 \Xi^a + \frac{1}{\sqrt{3}} g^{(D)} \pi^c_a \left[\overline{\Lambda}\gamma_5 \Sigma^a_c + \overline{\Sigma}{}^a_c \gamma_5 \Lambda\right] + \\ + \sqrt{\frac{2}{3}}\, g^{(D)} \eta \overline{\Sigma}{}^a_b \gamma_5 \Sigma^b_a + \frac{1}{2\sqrt{3}}\left(3g^{(F)} - g^{(D)}\right) \eta \overline{N}{}^a \gamma_5 N_a - \\ - \frac{1}{2\sqrt{3}}\left(3g^{(F)} + g^{(D)}\right) \eta \overline{\Xi}_a \gamma_5 \Xi^a - \sqrt{\frac{2}{3}}\, g^{(D)} \eta \overline{\Lambda} \gamma_5 \Lambda +$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(g^{(D)}+g^{(F)}\right)K_a\overline{\Sigma}^a_b\gamma_5\Xi^b+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(g^{(D)}+g^{(F)}\right)\tilde{K}^a\overline{\Xi}_b\gamma_5\Sigma^b_a+$$
$$+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(g^{(D)}-g^{(F)}\right)K_a\overline{N}^b\gamma_5\Sigma^a_b+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(g^{(D)}-g^{(F)}\right)\tilde{K}^a\overline{\Sigma}^b_a\gamma_5N_b+$$
$$+\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(3g^{(F)}-g^{(D)}\right)K_a\overline{\Lambda}\gamma_5\Xi^a+\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(3g^{(F)}-g^{(D)}\right)\tilde{K}^a\overline{\Xi}_a\gamma_5\Lambda-$$
$$-\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(3g^{(F)}+g^{(D)}\right)K_a\overline{N}^a\gamma_5\Lambda-\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(3g^{(F)}+g^{(D)}\right)\tilde{K}^a\overline{\Lambda}\gamma_5N_a. \tag{139,2}$$

Таким образом, 12 констант $\Sigma\Sigma\pi$, $NN\pi$, $\Sigma\Lambda\pi$, $\Xi\Xi\pi$, $\Sigma\Sigma\eta$, $NN\eta$, $\Xi\Xi\eta$, $\Lambda\Lambda\eta$, $\Sigma\Xi K$, $N\Sigma K$, $\Lambda\Xi K$, $N\Lambda K$ — связи выражаются всего через два параметра $g^{(F)}$ и $g^{(D)}$. Каждое слагаемое, входящее в (139,2), инвариантно относительно изоспиновых преобразований, и его можно расписать в явном виде (см. § 135), в результате чего возникает 64 члена, каждый из которых отвечает взаимодействию конкретных барионов с мезоном.

Рассмотрим теперь, как в унитарно-инвариантной теории получаются соотношения между сечениями различных процессов. Пусть имеется несколько реакций

$$a_i+b_i\to c_i+d_i,$$

причем частицы a_i, b_i, c_i и d_i принадлежат унитарным мультиплетам $(p^{(a)}, q^{(a)})$, $(p^{(b)}, q^{(b)})$, $(p^{(c)}, q^{(c)})$ и $(p^{(d)}, q^{(d)})$ соответственно. В соответствии с общей схемой, описанной в § 136, для получения соотношений между амплитудами указанных реакций нужно действовать следующим образом.

1. Разлагаем прямые произведения представлений $(p^{(a)}, q^{(a)})\otimes\otimes(p^{(b)}, q^{(b)})$ и $(p^{(c)}, q^{(c)})\otimes(p^{(d)}, q^{(d)})$ на неприводимые представления.

2. Выписываем независимые амплитуды, соответствующие переходу из некоторого мультиплета первого разложения в такой же мультиплет второго разложения.

3. Разлагаем, пользуясь таблицей коэффициентов Клебша — Гордана группы $SU(3)$, волновые функции $|a_ib_i\rangle$ и $|c_id_i\rangle$ начального и конечного состояний по базисным функциям мультиплетов, входящих в соответствующие разложения. Эти функции определяются типом представления и собственными значениями операторов изоспина и его проекции и оператора гиперзаряда, так что их следует записывать в виде $|p, q; T, T_3, Y\rangle$.

4. Подставляем разложения волновых функций в матричный элемент перехода $\langle c_id_i|a_ib_i\rangle$, в результате чего он оказывается выраженным через сравнительно небольшое число выписанных в п. 2 матричных элементов переходов между однотипными мультиплетами.

В качестве примера рассмотрим рассеяние псевдоскалярных мезонов на стабильных барионах спина 1/2 (легко сосчитать, что всего имеется 27 таких процессов). В этом случае все частицы и начального и конечного состояния принадлежат октуплетам. Пользуясь разложением (137,4г), заключаем, что имеется восемь независимых амплитуд, соответствующих переходам

$$1 \to 1, \quad 10 \to 10, \quad \overline{10} \to \overline{10}, \quad 27 \to 27, \quad 8' \to 8', \quad 8 \to 8, \quad 8 \to 8', \quad 8' \to 8.$$

Однако, используя инвариантность теории относительно обращения времени, можно показать, что две последние амплитуды выражаются друг через друга, так что независимых имеется семь амплитуд, через которые и выражаются 27 амплитуд реальных процессов.

В случае рассеяния псевдоскалярных мезонов на барионах $1/2^+$ с образованием псевдоскалярного мезона и барионного резонанса $3/2^+$, например,

$$\pi^+ + p \to \eta + \Delta^{++},$$

для начального состояния имеем разложение (137,4г), а для конечного — (137,4д), так что амплитуды реальных процессов выражаются всего через четыре независимые амплитуды переходов:

$$8 \to 8, \quad 8' \to 8, \quad 10 \to 10, \quad 27 \to 27.$$

Однако таблицы коэффициентов Клебша — Гордана группы $SU(3)$ весьма громоздки и в каждом конкретном случае гораздо удобнее пользоваться методом инвариантных амплитуд, описанным в конце § 136. Рассмотрим опять рассеяние псевдоскалярных мезонов на барионах $1/2^+$. Полная амплитуда рассеяния, которая в нашем случае должна строиться из волновых функций B_i^j и M_k^l начального состояния из волновых функций $\overline{B}_l^j$ и $\overline{M}_k^l$ конечного состояния, является унитарным инвариантом наиболее общего вида. Ее можно записать в виде следующей комбинации из девяти скалярных слагаемых:

$$\begin{aligned} f = f_1 (\overline{B}B)(\overline{M}M) + f_2 (\overline{B}M)(\overline{M}B) + f_3 (\overline{B}\overline{M})(BM) + \\ + f_5 (\overline{B}BM\overline{M}) + f_5 (\overline{B}B\overline{M}M) + f_6 (\overline{B}M\overline{M}B) + \\ + f_7 (\overline{B}\overline{M}MB) + f_8 (\overline{B}MB\overline{M}) + f_9 (\overline{B}\overline{M}BM). \end{aligned} \qquad (139,3)$$

Для краткости взятие следа от произведения матриц типа B и M обозначено здесь круглыми скобками, так что, например,

$$(\overline{B}B)(\overline{M}M) \equiv \overline{B}_i^l B_j^i \overline{M}_k^l M_l^k,$$

$$(\overline{B}\overline{M}BM) \equiv \overline{B}_i^j \overline{M}_j^k B_k^l M_l^i \quad \text{и т. д.}$$

Входящие в амплитуду (139,3) величины f_α являются неизвестными, но одинаковыми для всех мезон-барионных процессов, функциями пространственно-спиновых переменных.

Мы уже знаем, что рассматриваемые процессы описываются восемью независимыми амплитудами (без учета инвариантности относительно обращения времени). Поэтому между девятью инвариантами, входящими в (139,3), должно существовать одно соотношение. Оно действительно есть:

$$(\bar{B}B)(\bar{M}M)+(\bar{B}M)(\bar{M}B)+(\bar{B}\bar{M})(BM) = \\ =(\bar{B}B\bar{M}M)+(\bar{B}BM\bar{M})+(\bar{B}\bar{M}MB)+(\bar{B}M\bar{M}B)+ \\ +(\bar{B}MB\bar{M})+(\bar{B}\bar{M}BM), \qquad (139,4)$$

в чем нетрудно убедиться непосредственным расчетом. Вообще говоря, установление соотношений типа (139,4) практически оказывается затруднительным, но это и несущественно, так как если считать все девять слагаемых формально независимыми, в окончательные результаты функции f_α автоматически войдут в виде ровно восьми независимых комбинаций.

Как известно, при операции обращения времени всякая волновая функция переходит в комплексно сопряженную, причем начальное и конечное состояния переставляются[1]); в нашем случае

$$B_i^l,\ \bar{B}_{l'}^{i'},\ M_k^l,\ \bar{M}_{k'}^{l'} \to B_{i'}^{l'},\ \bar{B}_l^i,\ M_{k'}^{l'},\ \bar{M}_k^l. \qquad (139,5)$$

При такой замене первые семь членов в (139,3) не изменяются, а два последних переходят друг в друга, так что из инвариантности относительно обращения времени следует $f_8 = f_9$, причем с учетом соотношения (139,4) их можно положить равными нулю и работать лишь с семью первыми инвариантными амплитудами.

Теперь с помощью процедуры, полностью аналогичной той, которая описана в конце § 136, амплитуды всех 27-ми реальных процессов можно выразить через семь независимых функций f_α, например,

$$\begin{aligned} &f(\pi^-p\to K^+\Sigma^-)=f_3,\\ &f(\tilde{K}^0p\to K^+\Xi^0)=f_3,\\ &f(K^-p\to K^-p)=f_1+f_2+f_4+f_6, \qquad (139,6)\\ &f(\pi^-p\to\pi^-p)=f_1+f_6,\\ &f(K^-p\to\pi^-\Sigma^+)=f_2+f_4 \text{ и т. д.}\end{aligned}$$

[1]) См., например, Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, Физматгиз, 1963.

Исключая функции f_α, будем иметь соотношения между амплитудами различных процессов. Так, из (139,6) следует:

$$f(\pi^- p \to K^+ \Sigma^-) = f(\tilde{K}^0 p \to K^+ \Xi^0), \tag{139,7}$$

и

$$f(K^- p \to K^- p) - f(\pi^- p \to \pi^- p) = f(K^- p \to \pi^- \zeta^+) \tag{139,8}$$

откуда для сечений получается, что

$$\sigma(\pi^- p \to K^+ \Sigma^-) = \sigma(\tilde{K}^0 p \to K^+ \Xi^0) \tag{139,9}$$

и

$$\sqrt{\sigma(\pi^- p \to \pi^- p)} - \sqrt{\sigma(K^- p \to K^- p)} \leqslant \sqrt{\sigma(K^- p \to \pi^- \Sigma^+)}. \tag{139,10}$$

Сечение, стоящее в левой части равенства (139,9), имеет большое значение, а сечение справа является малым, так что при анализе этих процессов нужно существенно учитывать нарушение унитарной симметрии сильными взаимодействиями. С другой стороны, неравенство (139,10) во всей энергетической области выполняется. Мало того, при высоких энергиях, когда сечение $\sigma(K^- p \to \pi^- \Sigma^+)$ весьма мало́, (139,10) переходит в равенство

$$\sigma(\pi^- p \to \pi^- p) \cong \sigma(K^- p \to K^- p), \tag{139,10a}$$

которое хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Следует заметить, что интерпретация теоретических предсказаний строгой унитарной симметрии и их сравнение с экспериментом является достаточно сложным делом, так как предварительно нужно выяснить, в какой энергетической области можно пренебречь нарушением $SU(3)$-инвариантности. Кроме того, в сечения различных процессов входят кинематические множители, которые различны, так как содержат массы частиц, участвующих в реакциях. С другой стороны, выписанные выше соотношения предполагают равенство масс частиц, входящих в один мультиплет. Поэтому из соотношений между амплитудами фактически получаются соотношения не между сечениями, а между их отношениями к кинематическим факторам, так что из эксперимента следует брать некоторые «исправленные» значения сечений.

§ 140. Понятие о нарушенной унитарной симметрии

Выше неоднократно подчеркивалось, что реальное сильное взаимодействие нарушает строгую унитарную симметрию, но в пренебрежении электромагнетизмом изоспин T и гиперзаряд Y еще сохраняются. Поэтому плотность гамильтониана взаимодействия не может быть унитарным скаляром, но должна быть