Исключая функции f_α, будем иметь соотношения между амплитудами различных процессов. Так, из (139,6) следует:

$$f(\pi^- p \to K^+\Sigma^-) = f(\tilde{K}^0 p \to K^+\Xi^0), \tag{139,7}$$

и

$$f(K^- p \to K^- p) - f(\pi^- p \to \pi^- p) = f(K^- p \to \pi^-\zeta^+) \tag{139,8}$$

откуда для сечений получается, что

$$\sigma(\pi^- p \to K^+\Sigma^-) = \sigma(\tilde{K}^0 p \to K^+\Xi^0) \tag{139,9}$$

и

$$\sqrt{\sigma(\pi^- p \to \pi^- p)} - \sqrt{\sigma(K^- p \to K^- p)} \leqslant \sqrt{\sigma(K^- p \to \pi^-\Sigma^+)}. \tag{139,10}$$

Сечение, стоящее в левой части равенства (139,9), имеет большое значение, а сечение справа является малым, так что при анализе этих процессов нужно существенно учитывать нарушение унитарной симметрии сильными взаимодействиями. С другой стороны, неравенство (139,10) во всей энергетической области выполняется. Мало того, при высоких энергиях, когда сечение $\sigma(K^- p \to \pi^-\Sigma^+)$ весьма мало́, (139,10) переходит в равенство

$$\sigma(\pi^- p \to \pi^- p) \cong \sigma(K^- p \to K^- p), \tag{139,10a}$$

которое хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Следует заметить, что интерпретация теоретических предсказаний строгой унитарной симметрии и их сравнение с экспериментом является достаточно сложным делом, так как предварительно нужно выяснить, в какой энергетической области можно пренебречь нарушением $SU(3)$-инвариантности. Кроме того, в сечения различных процессов входят кинематические множители, которые различны, так как содержат массы частиц, участвующих в реакциях. С другой стороны, выписанные выше соотношения предполагают равенство масс частиц, входящих в один мультиплет. Поэтому из соотношений между амплитудами фактически получаются соотношения не между сечениями, а между их отношениями к кинематическим факторам, так что из эксперимента следует брать некоторые «исправленные» значения сечений.

§ 140. Понятие о нарушенной унитарной симметрии

Выше неоднократно подчеркивалось, что реальное сильное взаимодействие нарушает строгую унитарную симметрию, но в пренебрежении электромагнетизмом изоспин T и гиперзаряд Y еще сохраняются. Поэтому плотность гамильтониана взаимодействия не может быть унитарным скаляром, но должна быть изоскаляром ($T = 0$) и отвечать нулевому гиперзаряду ($Y = 0$). Таким образом, среди компонент унитарных мультиплетов следует отыскать такие, для которых $T = Y = 0$. Из формулы (138,5) для максимального значения изоспина видно, что все индексы этих компонент должны быть тройками, так что выполняются равенства $p_3 = p$ и $q_3 = q$. Но тогда из выражения (138,6) для гиперзаряда сразу приходим к условию $p - q = 0$. Так, нулевыми изоспином и гиперзарядом обладают только компоненты симметричных мультиплетов типа (p, p), т. е. мультиплетов $(1,1) = 8$, $(2,2) = 27$ и т. д., каждый индекс которых равен 3. Поэтому плотность гамильтониана сильного взаимодействия должна иметь следующую общую структуру:

$$\hat{H}_{\text{int}} = g_0\hat{H}_0 + g_1\hat{H}_3^3 + g_2\hat{H}_{33}^{33} + \ \ldots \tag{140,1}$$

Как только введены нарушающие унитарную симметрию члены, существовавшее ранее квантовомеханическое вырождение должно сняться, т. е. массы частиц, принадлежащих одному мультиплету, расщепятся. Для вывода массовых формул введем оператор $\hat{M}$, собственные значения которого равны массам изомультиплетов с определенным гиперзарядом (вследствие изоспиновой инвариантности от проекции T_3 они не зависят):

$$\hat{M} \mid p, q;\ T, Y\rangle = m \mid p, q;\ T, Y\rangle. \tag{140,2}$$

В предположении строгой унитарной симметрии массовый оператор будет инвариантом группы $SU(3)$, и его собственные значения в данном мультиплете будут одинаковыми. Естественно считать, что при нарушении унитарной симметрии $\hat{M}$ приобретает структуру, аналогичную (140,1), причем будет считаться, что $g_2 \ll g_1$, откуда

$$\hat{M} = \hat{M}_0 + \hat{M}_3^3. \tag{140,3}$$

Удобно ввести матрицу M массового оператора

$$M = \langle p, q;\ T', Y' \mid \hat{M} \mid p, q;\ T, Y\rangle, \tag{140,4}$$

которая вследствие (140,2) диагональна, причем ее элементы определяют массы членов мультиплета. Эта матрица представляет некоторую билинейную комбинацию волновой функции $\varphi_{i_1 \ldots i_p}^{j_1 \ldots j_q}$ данного мультиплета (p, q) и волновой функции $\bar{\varphi}_{j'_1 \ldots j'_q}^{i'_1 \ldots i'_p}$ сопряженного мультиплета (q, p). Из (140,3) следует, что она должна содержать инвариантную часть и слагаемое, соответствующее 3 — 3-компоненте октуплета. Из указанных волновых функций можно построить один скаляр

$$m_0\bar{\varphi}^{i_1 \dots i_q}_{j_1 \dots j_q} \varphi^{j_1 \dots j_q}_{i_1 \dots i_p}$$

и два октуплета

$$a_1\bar{\varphi}^{i_1 \dots i_{p-1} j}_{j_1 \dots j_q} \varphi^{j_1 \dots j_q}_{i_1 \dots i_{p-1} i} - \frac{a_1}{3}\delta^j_i \bar{\varphi}^{i_1 \dots i_p}_{j_1 \dots j_q} \varphi^{j_1 \dots j_q}_{i_1 \dots i_p}$$

и

$$a_2\bar{\varphi}^{i_1 \dots i_p}_{j_1 \dots j_{q-1} i} \varphi^{j_1 \dots j_{q-1} j}_{i_1 \dots i_p} - \frac{a_2}{3}\delta^j_i \bar{\varphi}^{i_1 \dots i_p}_{j_1 \dots j_p} \varphi^{j_1 \dots j_q}_{i_1 \dots i_p},$$

поэтому

$$M = a_0\bar{\varphi}^{i_1 \dots i_r}_{j_1 \dots j_q} \varphi^{j_1 \dots j_q}_{i_1 \dots i_p} + a_1\bar{\varphi}^{i_1 \dots i_{p-1}, 3}_{j_1 \dots j_q} \varphi^{j_1 \dots j_q}_{i_1 \dots i_{p-1}, 3} + \\ + a_2\bar{\varphi}^{i_1 \dots i_p}_{j_1 \dots j_{q-1}, 3} \varphi^{j_1 \dots j_{q-1}, 3}_{i_1 \dots i_p}, \qquad (140,5)$$

где $a_0 \equiv m_0 - \frac{a_1 + a_2}{3}$, а m_0, a_1, a_2 — некоторые параметры. Таким образом, в общем случае массовая формула содержит максимум три параметра (для мультиплетов типа $(3n, 0)$ и $(0, 3n)$ только два, так как в этих случаях имеются лишь верхние или нижние индексы), из которых m_0 отвечает массе членов мультиплета в предположении строгой унитарной симметрии. Заметим, что согласно Фейнману для бозонных мультиплетов вместо матрицы M нужно рассматривать матрицу M^2, так как бозоны, в отличие от фермионов, подчиняются уравнению второго порядка.

Для октуплета барионов спина $1/2^+$ формула (140,5) переходит в такую:

$$M = a_0\overline{B}^i_j B^j_i + a_1\overline{B}^3_j B^j_3 + a_2\overline{B}^i_3 B^3_i. \qquad (140,6)$$

Используя (138,10) и вычисляя матричные элементы, соответствующие каждому бариону, получим

$$m_N = a_0 + a_2,$$
$$m_\Xi = a_0 + a_1,$$
$$m_\Sigma = a_0,$$
$$m_\Lambda = a_0 + \frac{2}{3}(a_1 + a_2).$$

Отсюда следует массовая формула Гелл-Манна

$$3m_\Lambda + m_\Sigma = 2(m_N + m_\Xi), \qquad (140,7)$$

которая хорошо согласуется с опытом: справа 4518 *Мэв*, слева 4535 *Мэв*, т. е. точность примерно 0,4%. Учитывая, что в октуплете псевдоскалярных мезонов на месте нуклона стоит K-мезон, а на месте Ξ-гиперона $\tilde{K}$-мезон, причем массы K и $\tilde{K}$

равны, из аналога (140,7) имеем

$$3m_\eta^2 + m_\pi^2 = 4m_K^2. \tag{140,7$'$}$$

Это соотношение согласуется с опытом с точностью 5%. В случае векторных мезонов ситуация осложняется наличием $\omega - \varphi$-смешивания (см. § 138), и мы ее обсуждать не будем.

Для декуплета частиц спина $3/2^+$ формула (140,5) переходит в

$$M = b_0 \overline{B}^{ijk} B_{ijk} + b_1 \overline{B}^{3ij} B_{3ij}, \tag{140,8}$$

откуда, используя результаты § 138, получим

$$m_\Delta = b_0,$$

$$m_{\Sigma^*} = b_0 + \frac{1}{3} b_1,$$

$$m_{\Xi^*} = b_0 + \frac{2}{3} b_1,$$

$$m_\Omega = b_0 + b_1.$$

Из этих формул следует правило интервалов

$$m_{\Sigma^*} - m_\Delta = m_{\Xi^*} - m_{\Sigma^*} = m_\Omega - W_{\Xi^*}. \tag{140,9}$$

Для первого равенства имеем 147 и 145 *Мэв* (точность порядка 1%), а из второго можно предсказать массу Ω^--гиперона — 1676 *Мэв*, что было блестяще подтверждено экспериментом: m_Ω = 1675 *Мэв*.

Окубо вывел общую массовую формулу, справедливую для всех унитарных мультиплетов:

$$m^{2-|B|} = a(p, q) + b(p, q) BY + c(p, q) \left[T(T+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right]. \tag{140,10}$$

В случае нарушенной $SU(3)$-симметрии амплитуды рассеяния одного унитарного мультиплета на другом уже не будут инвариантными; наряду со скалярной частью они будут содержать 3-3 компоненты октуплета. Для примера распишем первый член в формуле (139,3), который теперь принимает вид

$$f_1 = f_{1,0}(\overline{B}B)(\overline{M}M) + f_{1,1}\overline{B}_l^3 B_3^l (\overline{M}M) + f_{1,2}\overline{B}_3^l B_l^3 + \\ + f_{1,3}(\overline{B}B)\overline{M}_l^3 M_3^l + f_{1,4}(\overline{B}B)\overline{M}_3^l M_l^3. \tag{140,11}$$

Ввиду огромного количества независимых произвольных параметров, возникающих в такой схеме, ее эвристическая ценность резко падает, так как доставляемая ею физическая информация становится весьма малой.

Однако если принять правдоподобную и оправданную экспериментально гипотезу Л. Б. Окуня и И. Я. Померанчука, что асимптотически при очень высоких энергиях сечения неупругих процессов, идущих с перезарядкой, пренебрежимо малы по сравнению с сечениями обычного упругого рассеяния, то в этой энергетической области в (139,3) останется лишь первый член. Тогда, в предположении строгой унитарной симметрии, получим асимптотическое равенство амплитуд упругого рассеяния π-, η-, K- и $\tilde{K}$-мезонов на барионах:

$$f_\pi^\infty = f_\eta^\infty = f_K^\infty = f_{\tilde{K}}^\infty. \tag{140,12}$$

В случае нарушенной симметрии нужно использовать формулу (140,11), откуда следует соотношение между амплитудами, аналогичное массовому:

$$f_\pi^\infty + 3f_\eta^\infty = 2\left(f_K^\infty + f_{\tilde{K}}^\infty\right). \tag{140,13}$$

В заключение этого параграфа заметим, что примерно таким же способом можно исследовать изоспиновую симметрию, нарушенную электромагнитным взаимодействием с плотностью гамильтониана (135,10). Предоставляем читателю в качестве полезного упражнения самостоятельно получить, например, следующие формулы для изомультиплета Σ и изоквартета Δ:

$$m_{\Sigma^0} = \frac{1}{2}\left(m_{\Sigma^+} + m_{\Sigma^-}\right) \tag{140,14}$$

и

$$m_{\Delta^{++}} - m_{\Delta^-} = 3\left(m_{\Delta^+} - m_{\Delta^0}\right). \tag{140,15}$$

§ 141. Составные модели в схеме унитарной симметрии. Кварки

В начале § 134 упоминалось, что π-мезон (вообще говоря, и все прочие нестранные адроны) можно мыслить как частицу, состоящую из нуклона и антинуклона. Естественно попытаться сформулировать аналогичную «минимальную» модель, в которой все адроны конструируются из небольшого числа каких-то частиц, объявляемых в известном смысле фундаментальными. Для этого к нуклону, носителю барионного числа и изоспина (а значит, и электрического заряда), необходимо добавить еще по крайней мере одну частицу, которая обладала бы странностью. Наиболее экономную модель такого типа предложил в 1956 г. Саката, который в качестве фундаментальных частиц выбрал p, n, Λ и $\tilde{p}$, $\tilde{n}$, $\tilde{\Lambda}$ и предположил, что между любым фундаментальным барионом и антибарионом существует притяжение, а между двумя барионами или антибарионами — отталкивание. Волновые функции известных в то время адронов