Соответственно, коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{3}\lambda_{tr}\bar{v} = \frac{1}{3\pi(r_1+r_2)^2 p}\sqrt{\frac{8(kT)^3}{\pi m}}. \tag{24,17}$$

Таким образом, коэффициент диффузии зависит от свойств диффундирующей частицы (ее массы и размера), а также радиуса молекул основного газа; он растет с температурой $\sim T^{3/2}$ и обратно пропорционален давлению.

Найдем теперь условия применимости найденного приближенного решения. Решение применимо, если разложение (24,3) достаточно быстро сходится. Для этого в свою очередь необходимо выполнение условия

$$|vf_1| \ll f_0,$$

или, если подставить значение f_1 из (24,5),

$$\lambda_{tr}\frac{1}{f_0}\frac{\partial f_0}{\partial x} \ll 1.$$

Последнее неравенство означает, что равновесная функция должна достаточно мало изменяться на расстоянии, равном длине свободного пробега.

§ 25. Термодиффузия в газах

Выше, рассматривая движение примеси легких частиц, мы считали температуру газа постоянной. Теперь мы откажемся от этого допущения и рассмотрим более общий случай, когда в направлении оси x одновременно происходит изменение концентрации диффундирующего газа и его температуры.

Найдем снова поток примеси легкого газа вдоль оси x, воспользовавшись формулой (24,10). В ней теперь мы не можем, однако, выносить величины, зависящие от температуры газа, за знак пространственного дифференцирования, так как сама температура изменяется от точки к точке. Перепишем поэтому формулу (24,10) в виде

$$j_x = -\int \frac{\cos^2\theta}{N}\frac{d}{dx}\left(\frac{v}{\sigma_{tr}}f_0\right)dp. \tag{25,1}$$

Мы внесли под знак пространственного дифференцирования величины σ_{tr} и v, которые являются функциями истинной скорости частиц (но не средней скорости частиц, зависящей от температуры).

Выполняя интегрирование по углам, аналогично формуле (24,11), находим:

$$j_x = -\frac{4\pi}{3}\frac{1}{N}\frac{d}{dx}\int\frac{v}{\sigma_{tr}}f_0 p^2\,dp = -\frac{1}{3N}\frac{d}{dx}n\left(\overline{\frac{v}{\sigma_{tr}}}\right). \tag{25,2}$$

Чтобы перейти к обычным обозначениям, в которых j_x выражается в зависимости от концентрации легкой примеси, напишем

$$N = \frac{p}{kT},$$

где давление газа p постоянно вдоль смеси. Тогда имеем

$$j_x = -\frac{kT}{3}\frac{d}{dx}\frac{n}{p}\overline{\left(\frac{v}{\sigma_{tr}}\right)} =$$
$$= -\frac{kT}{3}\frac{d}{dx}\frac{n}{NkT}\overline{\left(\frac{v}{\sigma_{tr}}\right)} = -\frac{T}{3}\frac{d}{dx}\frac{c}{T}\overline{\left(\frac{v}{\sigma_{tr}}\right)} =$$
$$= -\frac{1}{3}\overline{\left(\frac{v}{\sigma_{tr}}\right)}\frac{dc}{dx} - \frac{Tc}{3}\frac{d}{dT}\left[\frac{1}{T}\overline{\left(\frac{v}{\sigma_{tr}}\right)}\right]\frac{dT}{dx}. \quad (25,3)$$

Вводя коэффициент диффузии, находим

$$j_x = -DN\frac{dc}{dx} - Tc\frac{d}{dT}\left[\frac{N}{T}D\right]\frac{dT}{dx}. \quad (25,4)$$

Формулу для потока частиц принято записывать в виде

$$j_x = -DN\left(\frac{dc}{dx} + k_T\frac{dT}{dx}\right). \quad (25,5)$$

Сравнение формул (25,4) и (25,5) дает

$$k_T = c\frac{d}{dT}\ln\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\bar{v}}{\sigma_{tr}}\right)\right]. \quad (25,6)$$

Величина k_T носит название коэффициента термодиффузии.

Для выяснения смысла полученного результата положим $\frac{dc}{dx} = 0$, т. е. рассмотрим случай постоянства концентрации примеси в сосуде с газом. При этом

$$j_x = -DNk_T\frac{dT}{dx}. \quad (25,7)$$

Мы видим, что при наличии перепада температуры в смеси газов постоянного состава возникает движение частиц примеси по отношению к основному газу. Это явление носит название термической диффузии, или термодиффузии. Величина термодиффузионного потока определяется величиной градиента температуры и значением величины k_T.

Наличие термодиффузионного потока, т. е. относительного движения частиц примеси в определенном направлении, вызовет изменение состава смеси, т. е. появление некоторого градиента концентрации $\frac{dc}{dx} \neq 0$. Последний эффект в свою очередь приведет к появлению потока частиц примеси, который будет снижать накапливание примеси из-за термодиффузии. В итоге может установиться такое состояние, при котором поток частиц, вызываемый термодиффузией, в точности компенсируется потоком из-за обычной диффузии. При этом полный поток примеси относительно основного газа будет равен нулю, и формула (25,5) дает

$$j_x = -DN\left(\frac{dc}{dx} + k_T\frac{dT}{dx}\right) = 0,$$

так что

$$\frac{dc}{dx} = -k_T\frac{dT}{dx}. \tag{25,8}$$

В неизотермической смеси газов устанавливается стационарный градиент концентрации, определяемый формулой (25,8). В общем случае, независимо от того, достигнуто такое установившееся состояние или нет, температурный градиент вызывает появление в смеси газов градиента концентрации.

Мы до сих пор нигде не указывали, в каком направлении будет двигаться легкая примесь — в сторону роста или уменьшения температуры. Из (25,7) ясно, что направление потока определяется знаком коэффициента термодиффузии k_T, поскольку D — величина существенно положительная. Знак k_T зависит от знака производной $\frac{d}{dT}\left[\overline{\left(\frac{v}{\sigma_{tr}}\right)}\frac{1}{T}\right]$. В общем виде указать знак этой производной невозможно. Он зависит от конкретного закона взаимодействия между молекулами примеси и основного газа.

Явление термодиффузии имеет важное практическое значение. Оно используется для разделения газовых смесей, в частности, смесей изотопов. Пусть в некотором сосуде, содержащем смесь газов, одна стенка поддерживается при температуре T_1, вторая при температуре $T_2 > T_1$. При этом в сосуде возникает термодиффузионный поток. Обычно легкий газ движется против потока тепла, т. е. по направлению к горячей стенке. Если первоначально в сосуде находилась смесь постоянного состава, то в результате термодиффузии у более нагретой стенки она обогатится одной, например, легкой компонентой. Производя здесь отбор частиц легкой компоненты, можно поддерживать стационарный поток термодиффузии и производить разделение легкой и тяжелой компонент смеси.

§ 26. Дисперсия звука в газах

Одним из сравнительно новых приложений кинетической теории газов является получение закона дисперсии звука в газах. Рассмотрим равновесный одноатомный газ, в котором распространяется плоская звуковая волна. Выберем направление ее распространения за ось x-в. Естественно пытаться искать возмущения всех величин, характеризующих состояние газа, в