ток частиц, вызываемый термодиффузией, в точности компенсируется потоком из-за обычной диффузии. При этом полный поток примеси относительно основного газа будет равен нулю, и формула (25,5) дает

$$j_x = -DN\left(\frac{dc}{dx} + k_T\frac{dT}{dx}\right) = 0,$$

так что

$$\frac{dc}{dx} = -k_T\frac{dT}{dx}. \qquad (25,8)$$

В неизотермической смеси газов устанавливается стационарный градиент концентрации, определяемый формулой (25,8). В общем случае, независимо от того, достигнуто такое установившееся состояние или нет, температурный градиент вызывает появление в смеси газов градиента концентрации.

Мы до сих пор нигде не указывали, в каком направлении будет двигаться легкая примесь — в сторону роста или уменьшения температуры. Из (25,7) ясно, что направление потока определяется знаком коэффициента термодиффузии $k_T$, поскольку $D$ — величина существенно положительная. Знак $k_T$ зависит от знака производной $\frac{d}{dT}\left[\overline{\left(\frac{v}{\sigma_{tr}}\right)}\frac{1}{T}\right]$. В общем виде указать знак этой производной невозможно. Он зависит от конкретного закона взаимодействия между молекулами примеси и основного газа.

Явление термодиффузии имеет важное практическое значение. Оно используется для разделения газовых смесей, в частности, смесей изотопов. Пусть в некотором сосуде, содержащем смесь газов, одна стенка поддерживается при температуре $T_1$, вторая при температуре $T_2 > T_1$. При этом в сосуде возникает термодиффузионный поток. Обычно легкий газ движется против потока тепла, т. е. по направлению к горячей стенке. Если первоначально в сосуде находилась смесь постоянного состава, то в результате термодиффузии у более нагретой стенки она обогатится одной, например, легкой компонентой. Производя здесь отбор частиц легкой компоненты, можно поддерживать стационарный поток термодиффузии и производить разделение легкой и тяжелой компонент смеси.

## § 26. Дисперсия звука в газах

Одним из сравнительно новых приложений кинетической теории газов является получение закона дисперсии звука в газах. Рассмотрим равновесный одноатомный газ, в котором распространяется плоская звуковая волна. Выберем направление ее распространения за ось $x$-в. Естественно пытаться искать возмущения всех величин, характеризующих состояние газа, в

частности, функции распределения в виде

$$\varphi = F(v)\, e^{i(\omega t - \varkappa x)}. \tag{26,1}$$

Уравнение для возмущенной функции распределения имеет вид (21,32).

Подстановка (26,1) в (21,32) дает

$$i\omega F(v) - iv\varkappa F(v) = I(\varphi_0). \tag{26,2}$$

Разложим $F(v)$ в ряд по собственным решениям уравнения (21,33)

$$F(v) = \sum \alpha_i \varphi_i^{(0)}.$$

Тогда будем иметь

$$\sum \left[ i\omega\alpha_i \varphi_i^{(0)} - i\varkappa v \alpha_i \varphi_i^{(0)} \right] = \lambda_k \alpha_k \varphi_k^{(0)}. \tag{26,3}$$

Умножая (26,3) на $\varphi_k^{(0)}$ и интегрируя, приходим к системе линейных алгебраических уравнений

$$i\omega\alpha_k + ik \sum \beta_{ik}\alpha_i - \lambda_k \alpha_k = 0, \tag{26,4}$$

где

$$\beta_{ik} = \frac{\int \varphi_i^{(0)} v \varphi_k^{(0)}\, dv}{\int \varphi_i^{(0)} \varphi_k^{(0)}\, dv}.$$

Для того чтобы система (26,4) имела ненулевые решения, необходимо, чтобы ее детерминант обращался в нуль. Это дает

$$\| (i\omega + \lambda_k)\, \delta_{ik} - ik\beta_{ik} \| = 0. \tag{26,5}$$

Детерминант (26,5) имеет, вообще говоря, бесконечно высокий порядок.

Для определения закона дисперсии $\omega(k)$ следует раскрыть этот определитель и найти его корни.

Если ограничиться первыми известными собственными функциями однородного уравнения (21,32), то мы имеем

$$\varphi_1 = 1, \quad \varphi_2 = v, \quad \varphi_3 = \frac{mv^2}{2},$$

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_3 = 0.$$

При этом в детерминанте следует удержать три первых столбца и три строки [1]).

Простое вычисление приводит к формуле, получающейся в гидродинамическом приближении,

$$\omega = \sqrt{\frac{5}{3}\frac{kT}{m}}\, \varkappa.$$

---

[1]) См. Д. Уленбек, Д. Форд, Лекции по статистической механике, «Мир», 1965.

Скорость звука $c$ оказывается постоянной:

$$c = \frac{\omega}{\varkappa} = \sqrt{\frac{5}{3}\frac{kT}{m}}.$$

Учитывая собственные функции и собственные значения более высокого порядка, можно найти закон дисперсии при возрастании частоты.

Оказалось при этом, что скорость звука растет с частотой и одновременно возникает поглощение звука. Коэффициент поглощения быстро растет с уменьшением длины волны. При приближении длины волны звука $1/\varkappa$ к длине свободного пробега коэффициент поглощения возрастает до значения $1/\varkappa$. Это означает, что распространение звука как периодического возмущения прекращается при $\varkappa \sim \frac{1}{\lambda}$.

## § 27. Линеаризованное уравнение Больцмана для квазигазовых систем

Применение уравнения Больцмана не ограничивается случаем идеальных газов. Наоборот, наиболее важные его применения вообще не связаны с рассмотрением идеальных газов. Существует большое число важных случаев, когда кинетическое поведение систем сходно с газовым.

В самом общем виде свойства таких систем, которые мы будем именовать квазигазовыми, могут быть сформулированы следующим образом: пусть имеется некоторая система не взаимодействующих между собой легких частиц (частиц первого сорта), помещенная в среду, образованную другими взаимодействующими между собой тяжелыми частицами (частицами второго сорта). Между частицами обоих сортов имеет место некоторое взаимодействие, имеющее характер парных столкновений. Система частиц первого сорта может быть описана некоторой одночастичной функцией распределения $f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v}, t)$, поскольку между этими частицами нет никакого взаимодействия. Тогда в общем случае можно написать для изменения функции распределения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\boldsymbol{p}}{m}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{r}} + \boldsymbol{F}\nabla_{\boldsymbol{p}} f = \left(\frac{df}{dt}\right)_{\text{ст}}, \tag{27,1}$$

где $\left(\frac{df}{dt}\right)_{\text{ст}}$ описывает изменение функции распределения вследствие парного взаимодействия — столкновений между частицами первого и второго сорта.

Предположим, далее, что соударения можно считать совершенно упругими, а состояние частиц второго сорта