Однако из сказанного не следует делать вывод о том, что любые атомы с двумя внешними электронами образуют при своем объединении кристалл изолятора.

Помимо разобранного случая, возможно также расположение полос, изображенное на рис. 48. Благодаря перекрыванию полос, возникающих из нормального и возбужденного состояний атома, незаполненная полоса непосредственно прилегает к заполненной. Вещество такого типа — металл. Подобными металлами являются щелочноземельные металлы, свинец и ряд других. Современная теория не позволяет заранее сказать, какой из этих двух случаев реализуется при объединении атомов с данными свойствами. Само собой разумеется, что разделение кристаллов на металлы и диэлектрики охватывает лишь два предельных случая. Вся гамма промежуточных свойств между металлами и диэлектриками заполняется полупроводниками. У последних ширина запрещенной зоны сравнительно мала и становится сравнимой с энергией теплового возбуждения при сравнительно невысоких температурах.

§ 52. Магнитные свойства металлов. Парамагнетизм электронного газа

Оказалось, что целый ряд важных результатов может быть получен из простейшей модели металла, в которой металл рассматривается как некоторый потенциальный ящик с бесконечно высокими стенками, заполненный газом свободных электронов.

В частности, эта грубая схема оказывается достаточной для описания тепловых свойств металлов.

Оказалось, что магнитные свойства металлов определяются в первую очередь поведением нелокализованных электронов. При этом взаимодействие электронов с решеткой оказывает сравнительно незначительное влияние на магнитные свойства металлов.

Рассмотрим поведение вырожденного электронного газа, помещенного в магнитное поле. Оказывается, что в такой системе проявляются два основных эффекта. Один из них связан с наличием у электронов спина, а второй — с квантованием орбитального движения электрона в магнитном поле. Мы начнем с первого эффекта.

При наложении внешнего магнитного поля возникает преимущественная ориентация спиновых магнитных моментов в поле. В результате этого в системе возникает намагничивание.

Для вычисления магнитной восприимчивости напишем прежде всего выражение для свободной энергии свободных электронов в магнитном поле.

Имеем по формуле Гиббса — Гельмгольца (30,12) ч. III

$$F = -T\int_0^T \frac{E\,dT}{T^2}, \tag{52,1}$$

где

$$E = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\sum\int \frac{\varepsilon\,d\gamma}{e^{\frac{\varepsilon-\mu+\mu_0 H}{kT}}+1}. \tag{52,2}$$

Суммирование ведется по всем (т. е. по двум) возможным ориентациям спинового магнитного момента μ_0 относительно поля $\boldsymbol{H}$. Напомним, что в отсутствие магнитного поля уровни энергии были вырождены и вместо суммирования в выражении для энергии (80,2) ч. III стоял множитель 2.

Таким образом,

$$E = \int \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu+\mu_0 H}{kT}}+1}\,\frac{d\gamma}{(2\pi\hbar)^3} + \int \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu-\mu_0 H}{kT}}+1}\,\frac{d\gamma}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{52,3}$$

После подстановки (52,3) в (52,1) приходим к вычислению интегралов типа

$$\int \frac{\varepsilon\,d\gamma}{(2\pi\hbar)^3}\int_0^T \frac{dT}{T^2\left(e^{\frac{\varepsilon-\mu+\mu_0 H}{kT}}+1\right)} = \int \frac{d\gamma}{(2\pi\dot{\gamma})^3}\int_{\frac{1}{T}}^{\infty} \frac{\varepsilon\,du}{e^{(\varepsilon-\mu+\mu_0 H)\,u}+1} =$$

$$= \int \frac{d\gamma}{(2\pi\hbar)^3}\int_{\frac{1}{T}}^{\infty} \frac{(\varepsilon-\mu+\mu_0 H)\,du}{e^{(\varepsilon-\mu+\mu_0 H)\,u}+1} + \int \frac{d\gamma}{(2\pi\hbar)^3}\int_{\frac{1}{T}}^{\infty} \frac{(\mu-\mu_0 H)\,du}{e^{(\varepsilon-\mu+\mu_0 H)\,u}+1} =$$

$$= N(\mu-\mu_0 H) - \int \frac{d\gamma}{(2\pi\hbar)^3}\ln\left(1+e^{-\frac{\varepsilon-\mu+\mu_0 H}{kT}}\right),$$

где $N(\mu-\mu_0 H)$ — число частиц. Поэтому для свободной энергии можно написать

$$F = \mu N - kT\sum\int \frac{d\gamma}{(2\pi\hbar)^3}\ln\left(1+e^{-\frac{\varepsilon-\mu+\mu_0 H}{kT}}\right). \tag{52,4}$$

Рассмотрим случай слабого магнитного поля, для которого имеет место неравенство

$$\frac{\mu_0 H}{kT} \ll 1. \tag{52,5}$$

Разлагая (52,4) в ряд по степеням этой малой величины, получаем

$$F = N\mu - 2kT \int \frac{d\gamma}{(2\pi\hbar)^3} \ln\left(1 + e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}\right) + \\ + \mu_0^2 H^2 kT \frac{\partial^2}{\partial\mu^2} \int \frac{d\gamma}{(2\pi\hbar)^3} \ln\left(1 + e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}\right). \quad (52,6)$$

Вычислим интеграл

$$I = \int \frac{d\gamma}{(2\pi\hbar)^3} \ln\left(1 + e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}\right) = 2\pi \frac{(2m)^{3/2} V}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty \sqrt{\varepsilon} \ln\left(1 + e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}\right) d\varepsilon.$$

Интегрируя два раза по частям, имеем

$$\int_0^\infty \sqrt{\varepsilon} \ln\left(1 + e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}\right) d\varepsilon = \sqrt{\varepsilon} \ln\left(1 + e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}\right)\Bigg|_0^\infty - \int \frac{\sqrt{\varepsilon}\, d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + 1} = \\ = -\frac{2}{3kT} \int \varepsilon^{3/2} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = \frac{4}{15kT} \mu^{5/2}$$

в силу свойства распределения Ферми [см. (80,7) ч. III]. Поэтому

$$I = \frac{8\pi (2m)^{3/2} V \mu^{5/2}}{15 (2\pi\hbar)^3 kT}$$

и для свободной энергии получаем

$$F = N\mu + \frac{16\pi (2m)^{3/2} V \mu^{5/2}}{15 (2\pi\hbar)^3} - (\mu_0 H)^2 V \frac{8\pi (2m)^{3/2}}{15 (2\pi\hbar)^3} \frac{\partial^2 \mu^{5/2}}{\partial \mu^2}. \quad (52,7)$$

Магнитная восприимчивость, связанная с ориентацией спинов, согласно (18,3) ч. IV, равна

$$\chi_S = -\frac{1}{VH} \frac{\partial F}{\partial H} = \mu_0^2 \frac{4\pi (2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3} \sqrt{\mu}. \quad (52,8)$$

Формулу для восприимчивости можно записать в другом виде:

$$\chi_S = \frac{\mu_0^2 n_{\text{эфф}}}{kT}, \quad (52,9)$$

где для $n_{\text{эфф}}$ — эффективного числа непарных электронов, мы воспользовались формулой (80,17) ч. III.

Последнее выражение имеет наглядный смысл.

Именно, (52,9) совпадает с восприимчивостью газа, состоящего из $n_{\text{эфф}}$ частиц, свободно ориентирующихся в магнитном поле и имеющих собственный магнитный момент μ_0.

Мы видим, что электронный газ обладает спиновым парамагнетизмом, не зависящим от температуры. Подчеркнем, что этот результат тесно связан с вырождением электронного газа.