ГЛАВА VI

КИНЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

§ 57. Кинетическое уравнение для электронов в металлах

Вряд ли будет преувеличением утверждение, что в области теории твердого тела физическая кинетика добилась наибольших успехов и позволила качественно понять и количественно описать огромное число разнообразных и тонких эффектов. Мы в рамках этой книги можем изложить лишь основные результаты в этой быстро развивающейся области.

Рассмотрение кинетических явлений в твердых телах мы начнем с получения кинетического уравнения для носителей зарядов в металлах. Мы видели выше, что элементарные возбуждения в системе электронов в металлах можно уподобить газу свободных фермионов. Мы будем называть их электронами проводимости и описывать одночастичной функцией распределения $f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{r}, t)$. Для краткости квазиимпульс $\boldsymbol{p}$ мы будем называть импульсом. Эта терминология не может вызвать недоразумения.

При движении электронов проводимости они испытывают рассеяние на колеблющихся атомах решетки (столкновения с фононами) и на всякого рода неоднородностях решетки, которые именуются примесями. Достаточно хорошие результаты получаются, если считать это рассеяние упругим (см. § 58). На основании сказанного в § 50 столкновениями между электронами мы будем пренебрегать.

Если к металлу приложено внешнее электромагнитное поле, то функция распределения удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{v}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{r}} + \dot{\boldsymbol{p}}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{p}} = I. \qquad (57,1)$$

Групповая скорость $\boldsymbol{v}$ может быть написана в виде

$$\boldsymbol{v} = \frac{\partial \varepsilon(\boldsymbol{p})}{\partial \boldsymbol{p}}. \qquad (57,2)$$

В рамках статистического описания изменение квазиимпульса под действием внешней силы может учитываться в квазиклассическом приближении, т. е.

$$\dot{p} = e\left(\mathscr{E} + \frac{1}{c}[vH]\right). \tag{57,3}$$

Интеграл столкновений для частиц, подчиняющихся статистике Ферми, можно написать в приближении теории возмущений.

Вероятность перехода из состояния p в состояние p' может быть представлена в виде

$$w_{p \to p'} = (1 - f(p'))\, F(p,\ p',\ n_p), \tag{57,4}$$

где первый множитель дает вероятность того, что состояние не заполнено. Множитель $F(p, p', n_p)$ представляет вероятность перехода в вакантное состояние, вызванную всеми процессами упругого взаимодействия электронов с другими частицами — фононами решетки или примесями.

Вероятность обратного перехода в силу принципа микроскопической обратимости имеет вид

$$w_{p' \to p} = (1 - f(p))\, F(p',\ p,\ n_p). \tag{57,5}$$

Мы вернемся к формулировке кинетического уравнения в § 62, где будет уточнено выражение для вероятности перехода. Пока же мы не будем учитывать зависимость $F(p, p', n)$ от чисел заполнения n_p и положим

$$F(p,\ p',\ n_p) = F(p,\ p').$$

С учетом (57,4) и (57,5) интеграл столкновений можно написать в виде

$$I = \int \{f(p')(1 - f(p)) - f(p)(1 - f(p'))\}\, \delta(\varepsilon - \varepsilon')\, F(p,\ p')\, dp', \tag{57,6}$$

как при столкновениях электронов с обычными атомами. Заметим, что это законно при $n_p \gg 1$.

Поскольку рассеяние считается упругим, можно написать

$$F(p,\ p')\, \delta(\varepsilon - \varepsilon')\, dp' = F(\alpha)\, d\Omega, \tag{57,7}$$

где

$$\alpha = (\widehat{p,\ p'}).$$

Таким образом, кинетическое уравнение приобретает вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\frac{\partial f}{\partial r} + e\left(\mathscr{E} + \frac{1}{c}[vH]\right)\frac{\partial f}{\partial v} =$$
$$= \int \{f(p')(1 - f(p)) - f(p)(1 - f(p'))\}\, F(\alpha)\, d\Omega. \tag{57,8}$$

Соотношение (57,8) представляет линеризованное уравнение Больцмана, весьма близкое по своей структуре к уравнению (27,3).

Заметим, что в стационарном состоянии при отсутствии внешних сил и в однородной системе уравнение (57,8) превращается в

$$f(p)(1-f(p'))-f(p')(1-f(p))=0. \tag{57,9}$$

С учетом изотропии, когда функция распределения зависит только от абсолютной величины импульса, что то же самое, от энергии решением этого функционального уравнения служит распределение Ферми:

$$f(\varepsilon)=\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}. \tag{57,10}$$

Рассмотрение широкого класса кинетических явлений может быть проведено без конкретизации вида функции $F(\alpha)$. Поэтому мы в последующих параграфах будем считать $F(\alpha)$ некоторой заданной функцией. При этом мы получим решение кинетического уравнения теми же методами, что в классической кинетической теории газов. Затем, пользуясь выражениями для вероятностей перехода (56,9) и (56,10), мы найдем время релаксации или длину свободного пробега. Наконец, чтобы убедиться в точности этих приближений, мы проведем в § 62 последовательную запись и решение уравнения Больцмана в металле.

В случае слабых полей и малых отклонений от равновесного состояния, так же как в (24,3), будем пытаться искать решение (57,8) в виде

$$f=f_0(\varepsilon)+f_1(p,\ \Omega,\ t), \tag{57,11}$$

где $f_0 \gg f_1$.

При этом для f_1 получаем уравнение, совпадающее с уравнением (27,10):

$$\frac{\partial f_1}{\partial t}+v\left\{(\varepsilon-\mu)\nabla\left(\frac{1}{kT}\right)-\nabla\left(\frac{\mu}{kT}\right)+e\mathscr{E}\right\}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}+$$
$$+\frac{e}{c}[vH]\frac{\partial f_1}{\partial p}+v\frac{\partial f_1}{\partial r}=\int(f_1'-f_1)F(\alpha)\,d\Omega'. \tag{57,12}$$

§ 58. Электропроводность металлов

Если к металлу приложено постоянное электрическое поле $\mathscr{E}$, то в нем будет существовать стационарный ток. Необходимо ясно представить себе, почему движение электронов проводимости оказывается стационарным. Если бы интеграл столкновений в уравнении (57,8) можно было опустить, то оно