средственно. При этом оказывается, что значение λ_{tr} существенно превышает межатомное расстояние (постоянную решетки). Кроме того, λ_{tr} существенно зависит от температуры. Например, для меди, у которой можно принять, что на каждый атом решетки приходится один свободный электрон, λ_{tr} изменяется от 7×10^{-7} *см*, при $T \approx 1300°$ К до 4×10^{-5} *см* при $T \approx 100°$ К, что в 300—2000 раз больше расстояния между атомами в решетке.

Расчет λ_{tr}, проведенный в § 61, показывает, что температурный ход λ_{tr}, а с ней и электропроводности σ, является различным в случае температур высоких и низких по сравнению с дебаевской температурой θ.

При высоких температурах $T \gg \theta$, $\sigma \sim T$. При низких температурах σ обнаруживает быстрое, пропорциональное $1/T^5$ возрастание с понижением температуры. При $T = 0$ в идеально чистом металле $\sigma \to \infty$, и омическое сопротивление стремится к нулю.

У загрязненных образцов, а также образцов с механическими дефектами — микротрещинами, остаточными механическими напряжениями и т. п., при весьма низких температурах (порядка нескольких абсолютных градусов) имеется так называемое остаточное сопротивление, не зависящее от температуры и пропорциональное концентрации примесей.

Таким образом, электропроводность металла при $T \neq 0$ имеет конечное значение, а сопротивление отлично от нуля. Лишь при $T = 0$, и притом в образце, не содержащем никаких примесей и дефектов, металлический проводник не оказывает никакого сопротивления прохождению тока. Такой проводник получил название идеального. Поскольку невозможно получить температуру, равную нулю, а также невозможно изготовить чистый образец, идеальный проводник представляет собой некоторый предел, к которому можно стремиться, понижая температуру и очищая металлы от примесей.

§ 59. Эффект Холла

Важные сведения о свойствах электронного газа можно получить, изучая поведение металлов, помещенных во внешнее магнитное поле.

Если металлический образец, по которому течет ток (направление тока примем за ось x), помещен в магнитное поле, направленное по оси z, в нем возникает электрическое поле E_y. Происхождение этого эффекта, именуемого эффектом Холла, вполне очевидно.

Под действием силы Лоренца электроны, образующие ток и совершающие преимущественное движение, отклоняются в отрицательном направлении оси y. Они накапливаются на нижней грани металла до тех пор, пока создаваемое при этом электрическое поле не компенсирует действие отклоняющей силы. В дальнейшем электроны будут совершать стационарное движение.

Из сказанного ясно, что направление поля E_y определяется знаком носителя заряда. Мы увидим также, что его величина непосредственно связана с числом носителей тока в единице объема. Оба указанных обстоятельства делают холл-эффект одним из важнейших методов изучения свойств металлов и, как это будет видно из дальнейшего, полупроводников. Перейдем к расчету поля E_y.

Напишем кинетическое уравнение Больцмана, учитывая, что в нашем случае сила $\boldsymbol{F}$ имеет компоненты:

$$F_x = eE_x + \frac{e}{c} H v_y,$$
$$F_y = eE_y - \frac{e}{c} H v_x,$$
$$F_z = 0.$$

Тогда кинетическое уравнение примет вид

$$e\left(E_x + \frac{v_y}{c} H\right)\frac{\partial f}{\partial p_x} + e\left(E_y - \frac{v_x}{c} H\right)\frac{\partial f}{\partial p_y} = I. \qquad (59,1)$$

Как и в § 27, будем следовать методу Лоренца и искать решение уравнения Больцмана (59,1) в виде

$$f(\boldsymbol{p}) = f_0(p_0) + p_x f_1(p) + p_y f_2(p), \qquad (59,2)$$

поскольку имеется электрическое поле в направлениях осей x и y. Вычисление интеграла столкновений производится точно так же, как это было сделано в § 27. Тогда получается

$$I = -\frac{vp}{\lambda_{tr}}(f_1\cos\theta + f_2\sin\theta), \qquad (59,3)$$

где θ — угол между направлением импульса и осью x.

Подставляя разложение (59,2) в (59,1), находим с точностью до величин второго порядка малости:

$$e\left(E_x + \frac{v_y H}{c}\right)\left(\frac{\partial f_0}{\partial p_x} + p_x\frac{\partial f_1}{\partial p_x} + f_1\right) =$$
$$= e\left(E_x + \frac{v_y H}{c}\right)\left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} v_x + f_1 + p_x\frac{\partial f_1}{\partial p_x}\right) \approx$$
$$\approx e\left(E_x v_x\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{v_x v_y H}{c}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + F_x f_1 + E_x p_x\frac{\partial f_1}{\partial p_x} + \right.$$
$$\left. + v_y\frac{H}{c} f_1 + \frac{v_y p_x H}{c}\frac{\partial f_1}{\partial p_x}\right) \approx c\left(E_x v_x\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{v_y H}{c} f_1\right).$$

Члены второго порядка малости $E_x p_x \frac{\partial f_1}{\partial p_x}$, $\frac{v_y p_x}{c} \frac{\partial f_1}{\partial p_x}$ и другие, опущены. Член $\frac{v_y H}{c} f_1$ нельзя опустить, как это будет видно из дальнейших вычислений. Аналогично находим:

$$e\left(E_y - \frac{v_x H}{c}\right)\left(\frac{\partial f_0}{\partial p_y} + f_2 + p_y \frac{\partial f_2}{\partial p_y}\right) \approx$$

$$\approx e\left(E_y v_y \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - \frac{v_x v_y}{c} H \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - \frac{v_x H}{c} f_2 + \ldots\right) \approx eE_y v_y \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - \frac{ev_x H}{c} f_2.$$

Поэтому левая часть (59,1) приобретает вид

$$ve\left(E_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - \frac{H}{c} f_2\right)\cos\theta + ve\left(E_y \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{Hf_1}{c}\right)\sin\theta.$$

Приравнивая это выражение интегралу столкновений (59,3) и объединяя все члены, содержащие $\cos\theta$ и $\sin\theta$, находим

$$\left[ve\left(E_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - \frac{1}{c} H f_2\right) + \frac{vp}{\lambda_{tr}} f_1\right]\cos\theta +$$
$$+\left[ve\left(E_y \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{H}{c} f_1\right) + \frac{vp}{\lambda_{tr}} f_2\right]\sin\theta = 0.$$

Ввиду произвольности угла θ получаем два уравнения для определения искомых функций f_1 и f_2:

$$\frac{e}{m} E_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - \frac{eH}{mc} f_2 = -\frac{v}{\lambda_{tr}} f_1,$$
$$\frac{e}{m} E_y \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{eH}{mc} f_1 = -\frac{v}{\lambda_{tr}} f_2.$$

Решение этой системы дает:

$$f_1 = -\frac{\lambda_{tr}}{v} \frac{e}{m} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{\left(E_x + \frac{\lambda_{tr}\omega_H}{v} E_y\right)}{1 + \left(\frac{\lambda_{tr}\omega_H}{v}\right)^2},$$

$$f_2 = -\frac{\lambda_{tr}}{v} \frac{e}{m} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{\left(E_y - \frac{\lambda_{tr}\omega_H}{v} E_x\right)}{1 + \left(\frac{\lambda_{tr}\omega_H}{v}\right)^2},$$

где

$$\omega_H = \frac{eH}{mc}.$$

Зная поправки к функции распределения, можно найти ток по направлению оси x и поле E_y.

Так, имеем:

$$j_x = e \int v_x f \, dp = C (E_x L_1 - E_y L_2), \tag{59,4}$$

$$j = 0 = e \int v_y f \, dp = C (E_y L_1 + E_x L_2), \tag{59,5}$$

где обозначено:

$$L_1 = \int \frac{\lambda \varepsilon}{1 + \left(\frac{\lambda \omega_H}{v}\right)^2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \, d\varepsilon, \tag{59,6}$$

$$L_2 = \int \frac{\lambda \varepsilon \left(\frac{\lambda \omega_H}{v}\right)}{1 + \left(\frac{\lambda \omega_H}{v}\right)^2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \, d\varepsilon, \tag{59,7}$$

$$C = \frac{16\pi m e^2}{3 (2\pi\hbar)^3}. \tag{59,8}$$

Для краткости мы опускаем значок tr при λ. Очевидно, что при $H \to 0$

$$L_1 \to \int \lambda \varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \, d\varepsilon \quad \text{и} \quad L_2 \to 0.$$

При этом j_x переходит в (58,3).

Для вычисления L_1 и L_2 можно воспользоваться свойствами функций $\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}$.

В первом приближении

$$L_1 = -\frac{\lambda (\mu) \mu}{1 + \left(\frac{\mu (\mu) \omega_H}{v (\mu)}\right)^2}, \tag{59,9}$$

$$L_2 = -\frac{\lambda^2 (\mu) \mu \omega_H}{v (\mu)} \frac{1}{1 + \left(\frac{\lambda (\mu) \omega_H}{v (\mu)}\right)^2} = -\frac{\lambda (\mu) \omega_H}{v (\mu)} L_1, \tag{59,10}$$

где $\lambda (\mu)$, $v (\mu)$ берутся на поверхности Ферми.

Из формул (59,4) и (59,5) можно найти проводимость металла, помещенннного в магнитное поле, $\sigma (H) = \frac{j_x}{E_x}$ и поперечное поле E_y.

Найдем прежде всего последнюю величину:

$$E_y = -\frac{L_2}{C\left(L_1^2+L_2^2\right)} j_x = -\frac{L_2}{L_1}\frac{j_x}{L_1 C}\frac{1}{1+\left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2} =$$

$$= \frac{\lambda(\mu)\,\omega_H}{Cv(\mu)}\frac{\left[1+\left(\frac{\lambda(\mu)\,\omega_H}{v(\mu)}\right)^2\right]}{\lambda(\mu)\,\mu}\frac{j_x}{\left[1+\left(\frac{\lambda(\mu)\,\omega_H}{v(\mu)}\right)^2\right]} =$$

$$= \frac{\omega_H}{Cv(\mu)\,\mu} j_x = \frac{eHj_x}{mc\mu v(\mu)\,C}. \qquad (59{,}11)$$

Подставляя сюда значение $\mu \approx \varepsilon_{\text{макс}}$ и $v(\mu)$ из (80,11) и (79,3′) ч. III и C из (59,8), после несложных преобразований получаем

$$E_y = RHj_x, \qquad (59{,}12)$$

где через R обозначена величина

$$R = \frac{1}{enc}. \qquad (59{,}13)$$

Формула (59,12) показывает, что поперечное поле пропорционально текущему току j_x и напряженности магнитного поля H.

Коэффициент пропорциональности R, именуемый постоянной Холла, зависит, как видно из его определения, только от двух величин — заряда носителя тока e и числа частиц в единице объема. Существенно, что знак R, а следовательно, и направление поперечного поля E_y, совпадает со знаком носителя тока.

Проводимость в магнитном поле

$$\sigma(H) = C\frac{L_1^2+L_2^2}{L_1} = -\frac{L_2}{L_1}\frac{1}{RH} \approx \frac{\lambda(\mu)\,e}{mcv(\mu)}\frac{1}{R}. \qquad (59{,}14)$$

Поскольку R не зависит от напряженности магнитного поля, в первом приближении (в отношении вычисления интегралов L_1 и L_2) правая часть не зависит от H. Это означает, что в этом приближении $\sigma(H) = \sigma$, т. е. изменения сопротивления в магнитном поле не происходит. В высших приближениях проводимость $\sigma(H)$ оказывается зависящей от напряженности поля.

Совокупность измерений проводимости σ и постоянной Холла R позволяет найти две неизвестные величины, n и λ. Наоборот, задаваясь числом свободных электронов, приходящихся на атом, можно вычислить R.

Знак постоянной Холла отрицательный, когда перенос осуществляется электронами. Это имеет место у одновалентных металлов.

У двухвалентных металлов и металлов переходных групп, для которых имеет место перекрытие зон, в проводимости участвуют как электроны, так и дырки.

Поэтому знак часто оказывается положительным. Наблюдается также анизотропная постоянной Холла, особенно резко выраженная у таких металлов, как Bi.

В следующем приближении $\sigma(H)$ оказывается обратно пропорциональной квадрату напряженности магнитного поля. Однако в поведение $\sigma(H)$ в сильных полях, а также числовое значение этой функции в сильных полях плохо согласуется с опытными данными. Это связано с грубостью использованной выше модели. Учет эффектов анизотропии поверхности, всегда имеющей место в реальных кристаллах, позволяет существенно улучшить согласие теории с опытом.

§ 60. Оптические свойства системы электронов проводимости

В основу рассмотрения оптических свойств металла мы положим допущение, что взаимодействие электромагнитного поля световой волны с электронами проводимости и электронами атомных остатков происходит независимым образом. Взаимодействие атомов с электромагнитным полем обсуждалось в ч. V. Мы ограничимся поэтому обсуждением поведения системы электронов проводимости в поле световой волны. Заметим, что если частота поля ω не совпадает с одной из собственных атомных частот, основные оптические характеристики металлов определяются именно поведением электронов проводимости.

Для этого проще всего найти комплексную проводимость в зависимости от частоты поля, действующего на металл.

Как и при расчете статической проводимости, воспользуемся кинетическим уравнением Больцмана (57,12), которое в нашем случае приобретает вид

$$e\mathscr{E}\frac{\partial f_0}{\partial \boldsymbol{p}}+\boldsymbol{v}\frac{\partial f_1}{\partial \boldsymbol{r}}+\frac{\partial f_1}{\partial t}=\int(f_1'-f)F(\alpha)\,d\Omega'\simeq\frac{f_1'-f}{\tau}. \quad (60,1)$$

Мы удержали в нем член $\frac{\partial f_1}{\partial \boldsymbol{r}}$, но опустили член с магнитным полем $\left(\text{как малый в отношении } \frac{v}{c}\right)$.

Положим, что внешнее поле изменяется по закону

$$\mathscr{E}=\mathscr{E}_0 e^{i(\varkappa r-\omega t)}.$$