ГЛАВА VII

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ С ГАЗОМ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

§ 68. Разреженная плазма в поле низкочастотного излучения

В последние годы были обнаружены многочисленные и важные астрономические объекты, являющиеся источниками весьма мощного излучения. Оказалось, что эти объекты обладают характерным спектром излучения, очень сильно отличающимся от равновесного (планковского) распределения, с максимумом интенсивности, лежащим в области радио- или инфракрасных волн. Эти объекты оказались окруженными облаками (атмосферами) весьма разреженной и полностью ионизованной плазмы. Наряду с такими внеземными мощными источниками низкочастотного излучения, в земных условиях также удалось создать подобного рода излучающие системы. Ими являются лазеры и современные СВЧ-излучатели, у которых высокоинтенсивное излучение создается в оптическом или радиодиапазоне.

В связи с этим в физике возник большой интерес к поведению разреженной плазмы в поле излучения высокой интенсивности. При этом выяснилось, что такая, казалось бы, простая, система как свободные электроны, находящиеся в поле излучения, изучена далеко не так полно, как это представлялось ранее. С другой стороны, именно кинетический подход к этой системе позволил исследовать ее свойства с достаточной полнотой. Поэтому мы подробно осветим вопрос о поведении газа свободных электронов в поле излучения[1]).

Рассмотрим весьма разреженную плазму, помещенную в поле интенсивного низкочастотного излучения. С самого начала мы ограничимся областью нерелятивистских энергий электронов и нерелятивистских частот.

Очевидно, что взаимодействие излучения с тяжелыми ядрами играет подчиненную роль по сравнению с прямым взаимо-

---

[1]) В этой главе мы следуем работам: Я. Б. Зельдович, Е. В. Левич, ЖЭТФ **55**, 2423 (1968); Е. В. Левич, ЖЭТФ **60**, 112 (1971); T. Peraud, Le Journal de Physique **29**, 88, 306, 872 (1958); А. С. Компанеец, ЖЭТФ **31**, 876 (1956); Я. Б. Зельдович, Е. В. Левич, Письма ЖЭТФ **11**, 57 (1970).

действием с электронами. Естественно, что условие электронейтральности плазмы не может быть нарушено: всякое изменение распределения электронной плотности вызывает соответствующие смещения ядер. Если, однако, движение электронов вызвано полем излучения с частотой, большой по сравнению с ленгмюровской частотой плазмы, то коллективное движение ядер и электронов оказывается несущественным[1]). При движении в таком поле электроны приобретают до известной степени независимость от ядер и взаимодействуют с излучением как свободные частицы. Поэтому для наших целей достаточно рассмотреть идеализированную систему — разреженный газ электронов в поле излучения. Более тонкие эффекты, связанные с коллективными движениями в плазме, рассматриваться не будут.

Возможен двоякий подход к рассмотрению поведения свободных электронов в поле низкочастотного излучения: 1) во-первых, можно провести классический расчет движения отдельных электронов в волновом поле и затем перейти к рассмотрению статистического поведения газа таких электронов; 2) можно с самого начала рассмотреть поведение системы — газ свободных электронов + газ фотонов. Свойства такой системы в классической области получаются при $\hbar \to 0$.

Классическое рассмотрение возможно и законно в области достаточно низких частот и высоких плотностей излучения. При этом числа заполнения (см. § 101 ч. V) фотонов $n(\boldsymbol{k})$ достаточно велики и в квантовомеханических формулах можно перейти к классическому пределу, как это всегда можно сделать при больших квантовых числах.

Подчеркнем прежде всего, что движение электрона в спектральном поле излучения, содержащем непрерывный ряд частот и волновых векторов, существенно отличается от его движения в поле отдельной монохроматической волны. Поясним это на простейшем примере движения электрона в поле двух волн с одинаковыми частотами, но сдвинутыми по фазе. Уравнение движения нерелятивистского электрона запишем в виде

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = e\left\{\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 + \frac{1}{c}[\boldsymbol{v},\ \boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{H}_2]\right\}. \tag{68,1}$$

Будем искать решение уравнения (68,1) по методу последовательных приближений, т. е. полагая

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}_1, \quad |\boldsymbol{v}_1| \ll |\boldsymbol{v}_0|,$$

$$m\frac{d\boldsymbol{v}_0}{dt} \cong e(\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2), \qquad m\frac{d\boldsymbol{v}_1}{dt} \simeq \frac{e}{c}[\boldsymbol{v}_0,\ \boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{H}_2]. \tag{68,2}$$

---

[1]) Более точные расчеты показывают, что частоты поля излучения ω должны быть больше, чем $\omega_0 c/u$, где u — тепловая скорость электронов.

Если представить поля в виде

$$\boldsymbol{E}_1 = \boldsymbol{E}_0 e^{i\omega t} + \text{сопряженное}, \qquad (68,3)$$

$$\boldsymbol{E}_2 = \boldsymbol{E}_0 e^{i\omega t + i\alpha} + \text{сопряженное}, \qquad (68,4)$$

$$\boldsymbol{H}_1 = [\boldsymbol{E}_1 \boldsymbol{n}_1], \qquad (68,5)$$

$$\boldsymbol{H}_2 = [\boldsymbol{E}_2 \boldsymbol{n}_2], \qquad (68,6)$$

то без труда найдем

$$\boldsymbol{v}_0 = \frac{e(\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2)}{i\omega m}. \qquad (68,7)$$

При этом для $\boldsymbol{v}_1$ находим

$$\frac{d\boldsymbol{v}_1}{dt} = \frac{e^2}{i\omega c m^2}\{[\boldsymbol{E}_1 \boldsymbol{H}_2] + [\boldsymbol{E}_2 \boldsymbol{H}_1]\} =$$

$$= \frac{e^2}{i\omega c m^2}\{[\boldsymbol{E}_0, [\boldsymbol{E}_0 \boldsymbol{n}_2]]\,(e^{2i\omega t + i\alpha} + e^{i\alpha} + \text{сопряженное})\}. \qquad (68,8)$$

Мы видим, что если сдвиг фазы α отличен от нуля, то на электрон действует постоянная (систематическая) сила $\sim \frac{e^2 E_0^2}{\omega c m^2}$. В отличие от периодического движения электрона в поле одной волны, в поле двух волн электрон, помимо колебаний, должен под действием этой силы совершать систематическое движение, т. е. производить систематический набор энергии. Только в случае двух волн одного направления, когда полное магнитное поле $(\boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{H}_2)$ сдвинуто по отношению к полному электрическому полю $(\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2)$ на фазу $\pi/2$, электрон будет совершать строго периодическое движение. Подчеркнем, что электрон взаимодействует одновременно с двумя волнами и поэтому систематическая сила оказывается пропорциональной произведению напряженностей полей.

Если обратиться теперь к реальному спектральному полю, содержащему бесконечное множество гармоник ω_i, то ясно, что задача о движении электрона в поле приобретает статистический характер. Реальный смысл имеют только величины, усредненные по всем значениям случайных фаз. Таким образом, уже задача о движении одного электрона в реальном поле требует статистического подхода. Ввиду сложности классического метода расчета, требующего наложения полей и последующего усреднения по случайным фазам [заметим, что уже формула (68,8) достаточно громоздка], естественно возникает мысль о втором из указанных выше подходов к решению задачи. Как будет видно из дальнейшего, он действительно оказывается неизмеримо более ясным с принципиальной стороны и простым в вычислительном отношении.

В системе, состоящей из свободных электронов и фотонов, имеют место два основных процесса взаимодействия между ними: 1) комптоновское рассеяние, 2) свободно-свободные переходы (тормозное излучение или поглощение фотонов при столкновениях между электронами).

Кроме того, в системе (газ электронов + газ фотонов) происходят столкновения между электронами без излучения.

В реальной плазме к этим процессам прибавляются столкновения электронов с ядрами и свободно-свободные переходы при этих столкновениях, которые являются более существенными, чем при столкновениях электронов.

При комптоновском рассеянии фотона на свободном электроне происходит изменение как волнового вектора, так и частоты фотона. Проще всего рассмотреть изменение этих величин в системе отсчета K_0, в которой электрон покоится. В этой системе отсчета можно написать

$$\Delta \boldsymbol{p}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{c}(\boldsymbol{l} - \boldsymbol{l}') + \frac{\hbar}{c}(\omega_0 - \omega_0')\boldsymbol{l}' = \Delta\boldsymbol{p}_1 + \Delta\boldsymbol{p}_2, \tag{68,9}$$

где

$$\Delta \boldsymbol{p}_1 = \frac{\hbar\omega_0}{c}(\boldsymbol{l} - \boldsymbol{l}'); \tag{68,10}$$

ω_0 и ω_0' — частоты, $\boldsymbol{l}$ и $\boldsymbol{l}'$ — единичные векторы в направлении распространения падающего и рассеянного фотонов. Величина $\Delta\boldsymbol{p}_1$ представляет изменение импульса электрона в результате рассеяния без изменения частоты фотона, т. е. в результате простого изменения направления его полета.

Величина $\Delta\boldsymbol{p}_2$ определяет изменение импульса электрона в результате передачи ему энергии от фотона в акте неупругого рассеяния. Пользуясь выражением для изменения частоты при комптон-эффекте [см. (17,12) ч. I], можно написать:

$$\omega_0 - \omega_0' = \Delta\omega_0 = \frac{\hbar\omega_0^2}{mc^2}(1 - \boldsymbol{l}\boldsymbol{l}'), \tag{68,11}$$

откуда следует, что

$$\Delta\boldsymbol{p}_2 = \frac{\hbar^2\omega_0^2}{mc^3}\boldsymbol{l}'(1 - \boldsymbol{l}\boldsymbol{l}'). \tag{68,12}$$

Очевидно, что отношение

$$\frac{|\Delta\boldsymbol{p}_2|}{|\Delta\boldsymbol{p}_1|} \sim \frac{\hbar\omega_0}{mc^2} \ll 1$$

в нерелятивистском приближении весьма мало́.

Заметим еще, что в лабораторной системе отсчета изменение частоты при рассеянии на электроне с импульсом $\boldsymbol{p}$ имеет вид

$$\Delta\omega \cong \Delta\omega_0 + \omega_0\left(1 + \frac{\boldsymbol{pl}}{mc}\right) - \omega_0\left(1 + \frac{\boldsymbol{pl}'}{mc}\right) \cong$$

$$\cong \Delta\omega_0 + \frac{\omega_0}{mc}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{l} - \boldsymbol{l}') \approx \frac{\hbar\omega^2}{mc^2}(1 - \boldsymbol{ll}') + \frac{\omega}{mc}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{l} - \boldsymbol{l}') \qquad (68,13)$$

в том же приближении нерелятивистских скоростей.

Что же касается вероятности комптоновского рассеяния фотона с изменением волнового вектора $\boldsymbol{k} \rightarrow \boldsymbol{k}'$ в телесном угле $d\Omega$, то ее можно представить в виде

$$dw_{\boldsymbol{k}\rightarrow\boldsymbol{k}'} = cN_e[1 + n(\boldsymbol{k}')]\,n(\boldsymbol{k})\,d\sigma, \qquad (68,14)$$

где $n(\boldsymbol{k})$ — число фотонов с волновым вектором $\boldsymbol{k}$ и N_e — число электронов в единице объема. Множитель $[1 + n(\boldsymbol{k})]$ (сравнить с (103,7)) связан с бозе-статистикой фотонов. Эффективное сечение $d\sigma$ дается в интересующем нас приближении длинных волн формулой Томсона. В системе покоящегося электрона K_0 (см. § 36 ч. I):

$$d\sigma = \sigma\,d\Omega = \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{1 + \cos^2\alpha}{2}\,d\Omega, \qquad (68,15)$$

где α — угол рассеяния.

Мы видим, что можно различать два вида рассеяния — спонтанное, пропорциональное числу фотонов $n(\boldsymbol{k})$, и индуцированное, пропорциональное $n(\boldsymbol{k})\,n(\boldsymbol{k}')$. В классическом пределе больших чисел заполнения вероятность индуцированного рассеяния гораздо больше вероятности спонтанного рассеяния. Это — общее соотношение между спонтанными и вынужденными процессами. Последние всегда отвечают классическому поведению системы. Поэтому усредненное движение электрона в спектральном поле излучения в классическом пределе, обсуждавшееся нами выше, может быть найдено из рассмотрения эффекта индуцированного рассеяния фотонов этим электроном.

Имея в виду переход к классическому пределу $\hbar \rightarrow 0$, введем вместо числа фотонов с данным значением вектора $\boldsymbol{k}$ спектральное распределение $\rho(\omega, \boldsymbol{l})$. Согласно (76,9) ч. III спектральное распределение выражается через число фотонов по формуле

$$\rho(\omega, \boldsymbol{l}) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\,n(\omega, \boldsymbol{l}). \qquad (68,16)$$

Спектральное распределение определяет среднюю энергию излучения с данной частотой. Очевидно, что $\rho(\omega, \boldsymbol{l})$ не зависит от значения постоянной Планка $\hbar$.

Мы видим, что в классическом пределе

$$dw \simeq cN_e\,\frac{\pi^4 c^6}{\hbar^2\omega^6}\,\rho(\omega, \boldsymbol{l})\,\rho(\omega, \boldsymbol{l}')\,d\sigma. \qquad (68,17)$$

Подчеркнем, что в процессе рассеяния число фотонов остается неизменным.

Тормозные свободно-свободные переходы представляют излучение или поглощение фотонов электроном, движущимся в поле ядра или другого электрона. Вероятность тормозного процесса W_{ff} пропорциональна квадрату плотности электронов N_e и имеет вид [1])

$$W_{ff} \sim \frac{N_e^2}{\omega^3}. \tag{68,18}$$

Вероятность тормозных процессов при малой плотности электронного газа и больших значениях плотности излучения оказывается, вообще говоря, гораздо меньшей вероятности комптоновского рассеяния. Поэтому мы будем пренебрегать тормозными процессами. Исключение составляет область очень низких частот. Поскольку W_{ff} очень быстро растет с уменьшением частоты, при достаточно низких частотах тормозные процессы становятся преобладающими. Это накладывает второе ограничение на значение рассматриваемой нами области частот, т. е.

$$\omega > \omega_{\text{гр}}, \tag{68,19}$$

где $\omega_{\text{гр}}$ — та частота, при которой (при данной плотности электронного и фотонного газов) изменение функции распределения из-за тормозного поглощения испускания становится больше, чем из-за комптон-эффекта. Частота $\omega_{\text{гр}}$, очевидно, тем ниже, чем меньше плотность N_e и больше $\rho(\omega, \boldsymbol{l})$.

До сих пор мы предполагали, что разреженная плазма взаимодействует с излучением с известным спектральным распределением $\rho(\omega, \boldsymbol{l})$. Возможна, однако, и другая постановка вопроса. Именно, в результате взаимодействия с электронами изменяется спектральное распределение излучения. Например, при взаимодействии с электронным газом, находящимся в состоянии равновесия, спектральное распределение излучения изменяется (эволюционирует) во времени. В тех же приближениях этот процесс также будет рассмотрен в дальнейшем.

§ 69. Кинетические уравнения для электронов и фотонов

Обратимся прежде всего к формулировке кинетических уравнений для электронов и фотонов. В кинетическом уравнении

$$\frac{df}{dt} = J, \tag{69,1}$$

---

[1]) См., например, В. Гайтлер, Квантовая теория излучения, ИЛ, 1956, стр. 279.