§ 73. Обсуждение результатов и область применимости теории

Подводя итог сказанному, следует прежде всего отметить замечательную особенность силы индуцированного давления: эта систематическая сила возникает в результате действия стохастического электромагнитного поля.

Чтобы яснее представить себе взаимоотношение между спонтанной и индуцированной силами давления излучения, удобно ввести понятие яркостной температуры. Яркостная температура определяется следующей формулой:

$$kT_{br}(\omega)=\frac{\pi^2c^2\rho(\omega,\,l)}{\omega^2}.$$

Для равновесного излучения T_{br} тождественно совпадает с температурой излучения и пропорциональна энергии излучения. Пусть, однако, спектр излучения является неравновесным и при низких частотах его интенсивность выше, чем интенсивность равновесного излучения. Тогда T_{br} представляет температуру того равновесного излучения, у которого спектральное распределение при низких частотах совпадает с неравновесным. Ясно, что если интенсивность излучения при низких частотах значительно выше равновесной, то яркостная температура может быть очень высока. При этом, однако, она не зависит от средней энергии излучения. Как видно из (71,13) по порядку величины

$$|\boldsymbol{F}_{\rm ind}|\sim\sigma u_0\frac{kT_{br}(\omega)}{mc^2}\beta^2\sim|\boldsymbol{F}_{\rm sp}|\frac{kT_{br}}{mc^2}\beta^2. \qquad (73,1)$$

В случае равновесного излучения $|\boldsymbol{F}_{\rm ind}|\sim\frac{kT}{mc^2}|\boldsymbol{F}_{\rm sp}|\ll|\boldsymbol{F}_{\rm sp}|$. Наоборот, если спектр неравновесного излучения таков, что $kT_{br}\gg mc^2$, то $|\boldsymbol{F}_{\rm ind}|\gg|\boldsymbol{F}_{\rm sp}|$.

Переходя к вопросу о нагреве электронов в поле излучения, подчеркнем, что физический смысл полученного результата — существование максвелловского распределения с температурой (72,7) — заключается в следующем: при малых передачах импульса в элементарном акте взаимодействия движение электрона в импульсном пространстве представляет броуновское блуждание. По прошествии некоторого времени релаксации система электронов, помещенная в изотропное поле излучения, приходит в стационарное состояние. У электронов устанавливается случайное (гауссовское) распределение по импульсам при произвольном распределении квантов по частоте $n(\omega)$. Это случайное распределение в изотропном поле является максвелловским с модулем (температурой) θ. В равновесном поле излучения, когда $n(\omega)$ задается формулой Планка, пользуясь формулой (72,7), получаем очевидный результат $\theta=T$, т. е. равенство температур излучения и электронов. Если, однако, распределение квантов имеет неравновесный характер, то эффективная температура электронов оказывается зависящей от вида функции $n(\omega)$.

Интересным является случай, когда распределение $n(\omega)$ имеет максимум в области сравнительно низких частот. Тогда в основной части спектра, при низких частотах, числа заполнения n велики по сравнению с единицей. В формуле (72,7) можно перейти к классическому пределу $\hbar \to 0$. При этом

$$\theta \sim \frac{\int n\,(\hbar\omega)^2\,\omega^2\,d\omega}{4\int n\,(\hbar\omega)\,\omega^2\,d\omega} \sim \frac{\pi^2 c^3}{u_0}\int \frac{[\rho\,(\omega)]^2\,d\omega}{\omega^2}. \tag{73,2}$$

Основную роль в передаче энергии электронам в этом случае играет индуцированный комптон-эффект.

Нагрев электронов излучением имеет чисто классический характер. Поэтому формула (73,2), как и выражение (71,8), могла бы быть получена из классической электродинамики при рассмотрении набора энергии в спектральном поле излучения. По поводу (73,2) необходимо сделать следующие три замечания.

1. При значительной спектральной плотности излучения в низкочастотном максимуме температуры электронов могут оказываться чрезвычайно высокими, так что средняя энергия электронов может оказаться гораздо больше средней энергии квантов. Подчеркнем, что нагрев осуществляется именно низкочастотным излучением. Хотя передача энергии при каждом акте рассеяния низкочастотных квантов мала, их число столь велико, что общая передача энергии системе электронов оказывается большой.

2. Легко видеть, что температура электронов θ по порядку величины совпадает с максимальной яркостной температурой излучения, причем всегда $\theta \leqslant kT_{br}$. Поэтому допущенное нами пренебрежение слагаемыми, связанными с изменением частоты кванта при рассеянии, т. е. использование формулы (68,10), оказывается неоправданным как раз тогда, когда температура θ достигает релятивистских значений и формула (72,5) становится неприменимой.

3. При фактическом вычислении интеграла в числителе (73,2) нужно иметь в виду, что в области очень низких частот тормозные процессы начинают преобладать над процессами рассеяния. Поэтому расходимость в (73,2) возникнуть не может.

Перейдем теперь к обсуждению области применимости полученных формул. Однако сперва следует более подробно обсудить поведение электрона в сильной монохроматической волне. Под «сильной» волной мы понимаем следующее: в § 36 ч. I при выводе формулы Томсона мы считали, что волна рассеивается неподвижным электроном, который приобретает в волне колебательную скорость $v \sim \frac{eE}{m\omega}$. При увеличении напряженности электрического поля E скорость электрона в волне возрастает и может стать релятивистской. В сильном поле при $v \sim c$ поведение электрона в волне радикально изменяется. Под действием магнитного поля он будет совершать вращательное движение, так что полная его траектория будет представлять собой замкнутую кривую. На этой траектории электрон будет излучать электромагнитные волны с разнообразными частотами, отличными от частоты падающей волны. При этом сечение рассеяния электрона оказывается отличным от томсоновского. Его можно найти из простых энергетических соображений. Согласно (71,1) энергия, приобретаемая в единицу времени электроном в волне при $v \sim c$, по порядку величины равна $\sigma u_0 c$ [1]). С другой стороны, потеря энергии на излучение в магнитном поле (при $v \sim c$) дается формулой (26,12) (см. т. I). В стационарном состоянии эти потери уравниваются. При этом для сечения находим

$$\sigma \sim \frac{1}{u_0 c}\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{\text{изл}} \sim \frac{\sigma_T v^2 H^2}{u_0 c^2} \sim \left(\frac{eE}{m\omega c}\right)^2 \sigma_T = \alpha^2 \sigma_T,$$

где $\alpha = (eE/m\omega c)$. Мы видим, что сечение рассеяния должно быстро расти с увеличением напряженности поля. Рост сечения не может быть, однако, беспредельным, поскольку приобретаемая электроном энергия (в единицу времени) не может превысить величину eEc работы поля за 1 *сек* над электроном, движущимся со скоростью света. Поэтому всегда $\alpha^2 \sigma_T c E < eEc$. При $\alpha \sim (\lambda/r_0)^{1/3}$, где λ — длина волны и r_0 — классический радиус электрона, сечение начинает убывать как $1/E$. Значение $\alpha \lesssim 1$ ограничивает область применимости томсоновской теории рассеяния свободными электронами. Электрон в поле сильной волны нельзя более считать свободным. Эти результаты на квантовом языке можно интерпретировать следующим образом: в поле слабой волны наиболее вероятным процессом было одноквантовое рассеяние, т. е. обычный комптон-эффект; в поле сильной волны наиболее вероятным процессом становится многоквантовое рассеяние, при котором число квантов в акте рассеяния уже не сохраняется (излучаются частоты, отличные от частоты волны).

Переходя теперь к обсуждению границ применимости изложенной теории, заметим, что первым, очевидным условием применимости служит требование, чтобы характерное время набора

---

[1]) Следует заметить, что мы пользуемся для передачи энергии электрона энергией электрона в сопутной системе отсчета. Это законно потому, что вращательное движение электрона не приводит в среднем (за период) к приобретению какой-либо энергии.

энергии τ электроном было мало по сравнению с обратной характерной частотой спектра. В противном случае поле излучения не могло бы рассматриваться как случайное.

Оценим характерное время набора или, что то же самое, время торможения электрона в спектральном поле излучения. Для простоты будем считать последнее изотропным. Тогда имеем по порядку величины для $v \sim c$

$$\tau \cdot |\boldsymbol{F}_{\mathrm{ind}}| \sim mc. \tag{73,3}$$

Следовательно, должно выполняться неравенство $\frac{mc}{|\boldsymbol{F}_{\mathrm{ind}}|} < \frac{1}{\omega}$. Пользуясь (71,13), мы приходим к неравенству $\alpha < 1$, которое совпадает с условием применимости теории спонтанного рассеяния на свободных электронах.

Вторым ограничением применимости теории индуцированного рассеяния служит неравенство

$$|\boldsymbol{F}_{\mathrm{ind}}| \cdot c < eEc. \tag{73,4}$$

Подставляя значение $|\boldsymbol{F}_{\mathrm{ind}}|$, снова приходим к неравенству $\alpha < 1$. Этот результат показывает, что в случае индуцированного рассеяния увеличение сечения по сравнению с томсоновским не может иметь места независимо от значения параметра α. Подчеркнем, что оба условия применимости теории индуцированного рассеяния в спектральном поле являются совершенно независимыми. В то время как первое из них выражает самую суть понятия спектрального поля, второе связано с существованием предельной скорости распространения взаимодействий. При стремлении параметра α к единице сечение индуцированного рассеяния, как видно из (73,4), начинает падать по закону $\sigma_{\text{эфф}}^{\mathrm{ind}} \sim 1/E^2$.

В рамках этой книги мы не можем остановиться на ряде приложений, которые получила изложенная теория в астрофизике[1]).

Приведенные результаты касаются одной из сторон бурно развивающейся новой области кинетики, именуемой обычно нелинейной теорией плазмы.

На приведенных примерах читатель мог увидеть, как переход к высокоинтенсивным полям даже в простейших системах приводит к новым, совершенно своеобразным ситуациям, не сходным с теми, которые известны в области слабых полей. Вместе с тем читатель мог убедиться в неисчерпаемости классической физики и мощи методов квантовой теории.

---

[1]) См., например, Е. В. Левич, Р. А. Сюняев, Astroph. Lett. 7, 69 (1971); Р. А. Сюняев, Астрон. ж. 48, 244 (1971).