образной „точечной производной“ $\frac{dP}{dt}=p(t)$ или просто P. Но мы придем к тому же, если будем обозначать через $\overline{P}$ радиус-вектор точки P от неподвижного начала O. Скорость представляется производной $\frac{dP}{dt}$. Чтобы возможно меньше менять текст оригинала, мы сохранили обозначение P для производной $\frac{dP}{dt}$: читатель может понимать ее как производную точки — функции времени — или, не отходя от векторного алгорифма, как производную радиуса-вектора по времени.

ДОПОЛНЕНИЕ II.

О гауссовых координатах.

В рубр. 23 гл. IV авторы вводят гауссовы координаты точки на сфере. В знаменитом своем мемуаре „Disquisitiones generales circa superficies curvas“ (1827) Гаусс задает поверхность аналитически, выражая декартовы координаты точки этой поверхности в функции от двух независимых параметров:

$$x=x(u,\ v),\quad y=y(u,\ v),\quad z=z(u,\ v);$$

исключая параметры u и v этих уравнений, получим декартово уравнение поверхности:

$$f(x,\ y,\ z)=0.$$

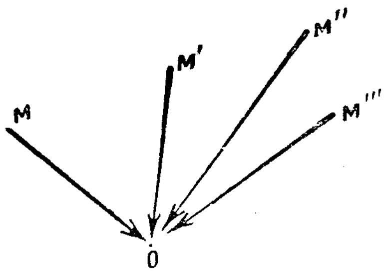
Гаусс, однако, стал на путь исследования поверхности при параметрическом ее задании и тем положил начало современной диференциальной геометрии. Каждая пара значений параметров u и v таким образом определяет точки на поверхности: в этом смысле параметры u и v можно рассматривать как своеобразные координаты точки поверхности: это и есть „гауссовы координаты“. Если возьмем плоскость в трехмерном пространстве и в ней установим систему декартовых координат, то таковые, конечно, можно будет рассматривать как гауссовы координаты этой плоскости. Координатными линиями при этом будут служить параллельные прямые. Но вообще координаты линии (т. е. линии, на которых тот или иной параметр сохранит постоянное значение) будут кривыми; гауссовы координаты суть криволинейные координаты на поверхности.

На каждой поверхности гауссовы координаты могут быть, конечно, выбраны чрезвычайно разнообразно. На сфере за гауссовы координаты чаще всего принимают долготу и широту точки. Но это далеко не всегда наиболее целесообразно; в картографии в большом ходу также стереографические координаты и бельтрамиевы координаты сферы. Очень замечательная система гауссовых координат определяет положение точки на сфере двумя сопряженными комплексными числами. Этими именно гауссовыми координатами на сфере авторы пользуются в тексте; их аналитическое определение содержится в формулах (22). Координаты λ и μ определяются координатами u_x, u_y, u_z радиуса-вектора точки; из этих уравнений и уравнения поверхности (21) по данным λ и μ, в свою очередь, определяются значения u_x, u_y, u_z, т. е. определяется точка на поверхности шара.

ДОПОЛНЕНИЕ III.

О градиентном векторном поле.

Учение о консервативном силовом поле (VII, рубр. 26—29) представляет собой по существу, частный случай в теории градиентного векторного поля; вообще силовое поле в геометрическом представлении есть частный случай векторного поля. Эту геометрическую сторону дела нам кажется полезным здесь выяснить несколько подробнее.



Под векторным полем разумеют сплошную часть пространства, в каждой точке которой приложен вектор. Если к каждой точке пространства приложим вектор, равный и противоположный ее радиусу-вектору (исходящему от постоянного начала O), то будем иметь векторное поле, это один из простейших примеров векторного поля. Различного рода векторных полей можно себе представить бесчисленное множество. Всякое силовое поле, при векторном изображении сил можно рассматривать как векторное поле.

Если F есть вектор, приложенный в точке $M(x, y, z)$ поля, то его координаты X, Y, Z суть функции от x, y, z:

$$X = X(x, y, z),$$
$$Y = Y(x, y, z),$$
$$Z = Z(x, y, z).$$

Представим себе некоторую кривую MN в векторном поле; ее дугу, содержащуюся между точками M и N, разобьем на элементы; каждый элемент можно рассматривать, как бесконечно малый вектор ds. Пусть F есть вектор поля, приложенный в какой-либо точке элемента кривой. Вычислим скалярное произведение Fds для каждого элемента и составим сумму этих произведений, взятых для всех элементов дуги. Если эта сумма