

Относительные движения и их приложение к твердым движениям.

1. Общие положения.

1. В двух предыдущих главах мы изучали движение точки или системы точек относительно определенного триэдра отсчета. Если движение относится к другому триэдру, то его характеристические черты вообще меняются; совершенно ясно, насколько важно определить, в какой зависимости находятся кинематические особенности движения от системы отсчета.

Случай, когда новый триэдр остается неподвижным относительно первоначального, мы уже рассмотрели в § 3 гл. II. Совершенно ясно, однако, что при таком чисто геометрическом изменении осей координат скорость и ускорение каждой отдельной точки остаются внутренне неизменными, так как соответствующие компоненты их изменяются когредидентно с координатами движущейся точки ¹⁾.

Иначе складываются обстоятельства в кинематически более важном случае, когда новый триэдр находится в движении относительно первоначального; этот случай мы и намерены здесь изучить. Мы начнем с одной точки P , движущейся относительно триэдра $\Omega\xi\eta\zeta$; если возьмем другой триэдр $Oxyz$, движущийся относительно первого, то точка P будет, вообще говоря, дви-

¹⁾ Понятие о когредидентных преобразованиях уже было установлено в рубр. 1 гл. III вскользь. Очень важно точно себе его уяснить. Если мы переходим от триэдра $\Omega\xi\eta\zeta$ к триэдру с параллельными осями, но с другим началом, то компоненты скорости и ускорения не меняются вовсе, поскольку проекции вектора на параллельные оси равны. Если же мы переходим от триэдра $\Omega\xi\eta\zeta$ к триэдру $Oxyz$ по схеме, выражаемой таблицей рубр. 10 гл. I, то

$$x = \alpha_1\xi + \beta_1\eta + \gamma_1\zeta, \quad y = \alpha_2\xi + \beta_2\eta + \gamma_2\zeta, \quad z = \alpha_3\xi + \beta_3\eta + \gamma_3\zeta;$$

эти линейные уравнения выражают преобразование координат. Если $\Xi\Upsilon Z$ суть компоненты некоторого вектора, отнесенного к первому триэдру, а x, y, z его компоненты относительно второго триэдра, то

$$x = \alpha_1\Xi + \beta_1\Upsilon + \gamma_1Z, \quad y = \alpha_2\Xi + \beta_2\Upsilon + \gamma_2Z, \quad z = \alpha_3\Xi + \beta_3\Upsilon + \gamma_3Z.$$

Преобразование компонент вектора выражается теми же линейными уравнениями, что и преобразование координат. Это и разумеют, когда говорят, что компоненты вектора преобразовываются когредидентно декартовым координатам точки. (Ред.)

гаться также и относительно второго триэдра. Задача заключается в том, чтоб установить соотношения, которые имеют место в каждый момент между кинематически характерными чертами одновременных движений точки P относительно этих триэдров. Другими словами, можно сказать, что задача заключается в установлении зависимости между характерными чертами движения точки, как оно представляется двум наблюдателям, движущимся друг относительно друга.

Для удобства речи мы будем называть неподвижным триэдр $\Omega\xi\eta\zeta$ и подвижным второй триэдр $Oxyz$. В том же условном смысле будем называть абсолютным движение точки P относительно неподвижного триэдра и относительным ее движение относительно подвижного триэдра; наконец, переносным движением будем называть твердое движение подвижного триэдра $Oxyz$ и всех неразрывно связанных с ним точек относительно неподвижного триэдра $\Omega\xi\eta\zeta$.

Если через ξ, η, ζ и x, y, z обозначим координаты точки P относительно соответственных триэдров, то с ходом движения как те, так и другие координаты будут изменяться в функции времени. Пусть

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \quad (1)$$

будут уравнения относительного движения точки P . Положим, что переносное движение задано векторами $\overline{OQ}(t), \mathbf{i}(t), \mathbf{j}(t), \mathbf{k}(t)$, выраженными в функции времени; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, как обыкновенно, обозначают основные версоры подвижного триэдра $Oxyz$. При этих условиях абсолютное движение точки P выражается геометрическим уравнением:

$$\overline{QP} = \overline{OQ} + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \quad (2)$$

где x, y, z представляют собою функции (1). Заметим, что это уравнение совпадало бы с уравнением (1) § 1 предыдущей главы, если бы точка P оставалась неподвижной относительно триэдра $Oxyz$, т. е. если бы относительное движение сводилось к состоянию покоя, так что координаты x, y, z сохраняли бы постоянные значения.

Проектируя обе части уравнения (2) на неподвижные оси, мы получим уравнения абсолютного движения; формально они будут совпадать с уравнениями (2) § 1 предыдущей главы; но они будут все же существенно от них отличаться, и именно тем, что x, y, z здесь будут не постоянные, а функции времени (1).

Мы имеем, таким образом, возможность получить выражение абсолютного движения, коль скоро заданы относительное и переносное движения. Обратное, достаточно в геометрическом уравнении (2) или в соответствующих скалярных уравнениях обратить роли двух триэдров, чтобы получить относительное движение, коль скоро заданы переносное и абсолютное движения.