2. Скорости абсолютная, относительная и переносная.

2. В соответствии с терминологией, установленной в предыдущем параграфе, мы будем отличать скорости и ускорения точки P относительно неподвижного триэдра и относительно подвижного; первые мы будем называть *абсолютными*, вторые *относительными* и будем их обозначать соответственно через $\boldsymbol{v}_a$ и $\boldsymbol{a}_a$, $\boldsymbol{v}_r$ и $\boldsymbol{a}_r$ [1]).

Векторы $\boldsymbol{v}_a$ и $\boldsymbol{a}_a$, по определению, представляют собою производные $\frac{d\overline{OP}}{dt}$, $\frac{d^2\overline{OP}}{dt^2}$ или, короче, $\frac{dP}{dt}$ и $\frac{d^2P}{dt^2}$, где точка P рассматривается как функция времени, конечно, относительно неподвижного триэдра; относительная скорость $\boldsymbol{v}_r$ и относительное ускорение $\boldsymbol{a}_r$ зависят от того, как изменяется с течением времени положение точки P относительно подвижного триэдра; их компоненты выражаются производными первого и второго порядка:

$$\dot{x},\ \dot{y},\ \dot{z} \text{ и } \ddot{x},\ \ddot{y},\ \ddot{z}$$

от функций (1).

В этих условиях, диференцируя уравнение (2) почленно по t, мы получим для абсолютной скорости движения точки P выражение:

$$\frac{d\overline{\Omega P}}{dt}=\frac{d\overline{\Omega O}}{dt}+x\frac{d\boldsymbol{i}}{dt}+y\frac{d\boldsymbol{j}}{dt}+z\frac{d\boldsymbol{k}}{dt}+\dot{x}\boldsymbol{i}+\dot{y}\boldsymbol{j}+\dot{z}\boldsymbol{k}.$$

В соответствии со знакоположением рубр. 71 гл. I это равенство можно написать в форме:

$$\frac{dP}{dt}=\frac{dO}{dt}+x\frac{d\boldsymbol{i}}{dt}+y\frac{d\boldsymbol{j}}{dt}+z\frac{d\boldsymbol{k}}{dt}+\dot{x}\boldsymbol{i}+\dot{y}\boldsymbol{j}+\dot{z}\boldsymbol{k}. \tag{3}$$

В правой части этого равенства трехчлен $\dot{x}\boldsymbol{i}+\dot{y}\boldsymbol{j}+\dot{z}\boldsymbol{k}$ представляет собою относительную скорость точки P; четырехчлен же

$$\frac{dO}{dt}+x\frac{d\boldsymbol{i}}{dt}+y\frac{d\boldsymbol{j}}{dt}+z\frac{d\boldsymbol{k}}{dt} \tag{4}$$

выражает в каждый момент скорость той точки P неизменяемой среды $Oxyz$, с которой в этот момент совпадает рассматриваемая точка P; точнее, это есть скорость точки P в ее движении относительно неподвижного триэдра $\Omega\xi\eta\zeta$. Это становится особенно ясным из соотношения (3), если мы себе представим, что в момент t точка P внезапно останавливается в своем движении относительно $Oxyz$ и, таким образом, с этого момента просто увлекается этим триэдром в его переносном движении; тогда относительная скорость $\boldsymbol{v}_r$ обращается в нуль, и правая часть равенства (3) сводится только к четырехчлену (4). Это выра-

[1]) Индекс r взят от термина relativo, который можно считать международным наименованием относительного (релятивного) движения.

жение (4) мы будем называть *переносной скоростью* (мгновенного положения точки P в рассматриваемый момент) и будем ее обозначать через $\boldsymbol{v}_\tau$; мы можем тогда соотношение (3) представить в виде:

$$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_r + \boldsymbol{v}_\tau; \tag{5}$$

таким образом *в каждый момент движения абсолютная скорость точки равна сумме относительной ее скорости и скорости переноса* (в тот же момент).

Этот результат совершенно соответствует наглядному представлению, которое мы имеем, например, в случае, когда пассажир ходит по коридору движущегося вагона; совершенно естественно в этом случае вычислить скорость пассажира относительно окружающей местности, как результирующую (векторную сумму) его скорости относительно поезда, и одновременной скорости самого поезда.

Вследствие этого наглядного своего характера предыдущая теорема одно время рассматривалась как постулат; она и по настоящее время сохраняет название *принципа относительных движений* или *параллелограма скоростей*. В действительности же, как видим, мы имеем здесь дело с логическим следствием общих предпосылок, отнюдь не требующим какого-либо нового постулата.

3. Теорема Кориолиса.

3. Повторное диференцирование соотношения (3) по времени дает для абсолютного ускорения выражение:

$$\frac{d^2P}{dt^2} = \frac{d^2O}{dt^2} + x\frac{d^2\boldsymbol{i}}{dt^2} + y\frac{d^2\boldsymbol{j}}{dt^2} + z\frac{d^2\boldsymbol{k}}{dt^2} +$$
$$+ \ddot{x}\boldsymbol{i} + \ddot{y}\boldsymbol{j} + \ddot{z}\boldsymbol{k} + 2\left(\dot{x}\frac{d\boldsymbol{i}}{dt} + \dot{y}\frac{d\boldsymbol{j}}{dt} + \dot{z}\frac{d\boldsymbol{k}}{dt^2}\right). \tag{6}$$

В правой части этого выражения трехчлен

$$\ddot{x}\boldsymbol{i} + \ddot{y}\boldsymbol{j} + \ddot{z}\boldsymbol{k}$$

выражает ускорение a_r, а четырехчлен

$$\frac{d^2O}{dt^2} + x\frac{d^2\boldsymbol{i}}{dt^2} + y\frac{d^2\boldsymbol{j}}{dt^2} + z\frac{d^2\boldsymbol{k}}{dt^2}$$

представляет собою *переносное ускорение* в том же смысле, в каком мы установили этот термин в применении к скорости; переносное ускорение мы будем обозначать через a_τ. Остается еще удвоенный вектор

$$\dot{x}\frac{d\boldsymbol{i}}{dt} + \dot{y}\frac{d\boldsymbol{j}}{dt} + \dot{z}\frac{d\boldsymbol{k}}{dt}, \tag{7}$$

зависящий как от относительного, так и от переносного движения; слагающую ускорения, выражаемую этим вектором, назы-