жение (4) мы будем называть *переносной скоростью* (мгновенного положения точки P в рассматриваемый момент) и будем ее обозначать через $\boldsymbol{v}_\tau$; мы можем тогда соотношение (3) представить в виде:

$$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_r + \boldsymbol{v}_\tau; \tag{5}$$

таким образом *в каждый момент движения абсолютная скорость точки равна сумме относительной ее скорости и скорости переноса* (в тот же момент).

Этот результат совершенно соответствует наглядному представлению, которое мы имеем, например, в случае, когда пассажир ходит по коридору движущегося вагона; совершенно естественно в этом случае вычислить скорость пассажира относительно окружающей местности, как результирующую (векторную сумму) его скорости относительно поезда, и одновременной скорости самого поезда.

Вследствие этого наглядного своего характера предыдущая теорема одно время рассматривалась как постулат; она и по настоящее время сохраняет название *принципа относительных движений* или *параллелограма скоростей.* В действительности же, как видим, мы имеем здесь дело с логическим следствием общих предпосылок, отнюдь не требующим какого-либо нового постулата.

3. Теорема Кориолиса.

3. Повторное диференцирование соотношения (3) по времени дает для абсолютного ускорения выражение:

$$\frac{d^2P}{dt^2} = \frac{d^2O}{dt^2} + x\frac{d^2\boldsymbol{i}}{dt^2} + y\frac{d^2\boldsymbol{j}}{dt^2} + z\frac{d^2\boldsymbol{k}}{dt^2} + \\ + \ddot{x}\boldsymbol{i} + \ddot{y}\boldsymbol{j} + \ddot{z}\boldsymbol{k} + 2\left(\dot{x}\frac{d\boldsymbol{i}}{dt} + \dot{y}\frac{d\boldsymbol{j}}{dt} + \dot{z}\frac{d\boldsymbol{k}}{dt^2}\right). \tag{6}$$

В правой части этого выражения трехчлен

$$\ddot{x}\boldsymbol{i} + \ddot{y}\boldsymbol{j} + \ddot{z}\boldsymbol{k}$$

выражает ускорение a_r, а четырехчлен

$$\frac{d^2O}{dt^2} + x\frac{d^2\boldsymbol{i}}{dt^2} + y\frac{d^2\boldsymbol{j}}{dt^2} + z\frac{d^2\boldsymbol{k}}{dt^2}$$

представляет собою *переносное ускорение* в том же смысле, в каком мы установили этот термин в применении к скорости; переносное ускорение мы будем обозначать через a_τ. Остается еще удвоенный вектор

$$\dot{x}\frac{d\boldsymbol{i}}{dt} + \dot{y}\frac{d\boldsymbol{j}}{dt} + \dot{z}\frac{d\boldsymbol{k}}{dt}, \tag{7}$$

зависящий как от относительного, так и от переносного движения; слагающую ускорения, выражаемую этим вектором, называют *дополнительным ускорением* или *составным центростремительным ускорением*. Если обозначим его через a_c, то мы можем написать:

$$a_a = a_r + a_\tau + 2a_c, \tag{8}$$

или, в словах (теорема Кориолиса)[1]: *абсолютное ускорение в каждый момент представляет собою сумму относительного ускорения, ускорения переноса и двойного дополнительного ускорения.*

Дополнительное ускорение не имеет непосредственного кинематического значения, но оно получает наглядное выражение, пригодное для приложений, если введем угловую скорость $\bar{\omega}$ (твердого) движения переноса. На основе формулы Пуассона (рубр. **19** предыдущей главы) выражение (7) ускорения a можно написать в виде:

$$[\bar{\omega}(\dot{x}\boldsymbol{i} + \dot{y}\boldsymbol{j} + \dot{z}\boldsymbol{k})],$$

или, иначе

$$a_c = [\bar{\omega}\, v_r]$$

Так как вектор $\bar{\omega}$ в каждый момент определяет направление оси движения триэдра $Oxyz$, то это выражение обнаруживает, что дополнительное ускорение всегда перпендикулярно к оси переносного движения и к относительной скорости; оно обращается в нуль 1) когда относительная скорость становится параллельной оси переносного движения; 2) когда $v_r = 0$ (момент остановки относительного движения; 3) когда $\bar{\omega} = 0$ (т. е. состояние переносного движения становится чисто поступательным).

4. Частные случаи переносного движения. а) Если переносное движение *поступательное*, то все точки, неразрывно связанные с подвижным триэдром $Oxyz$, в каждый момент имеют одну и ту же скорость и одно и то же ускорение (рубр. 4 предыдущей главы); скорость и ускорение представляют собою два вектора, зависящие только от времени; они могут быть отождествлены со скоростью $v_0(t)$ и с ускорением $\bar{a}_0(t)$ начальной точки P. Так как в этом случае угловая скорость $\bar{\omega}$ подвижного триэдра постоянно равна нулю, то и дополнительное ускорение обращается тождественно в нуль; поэтому соотношения (5) и (8) дают:

$$v_a = v_r + v_0, \quad a_a = a_r + a_0;$$

векторы, входящие в правые части, зависят исключительно от времени.

---

[1]) Густав Кориолис (Gustave Gaspard Coriolis) родился в Париже в 1792 г., умер там же в 1843 г. Его выразительная формулировка этого предложения содержится в „Журнале политехнической школы" („Journal de l'École Polytechnique" 1836 г.). Кориолис состоял директором (собственно, заведующим учебной частью) этой школы.

b) Во-вторых, предположим, что перенос представляет собою *равномерное вращение* с угловой скоростью $\bar{\omega}$.

Если за начало O подвижного триэдра примем какую-либо (неподвижную) точку оси и, как мы это обыкновенно делаем, обозначим через Q ортогональную проекцию точки P на ось, то скорость и ускорение переносного движения выразятся формулами (рубр. 5 и 8 предыдущей главы):

$$\boldsymbol{v}_\tau = [\bar{\omega}\,\overline{OP}], \quad \boldsymbol{a}_\tau = -\omega^2\overline{QP},$$

поэтому для абсолютного движения *на основании соотношений* (5) и (8) получим:

$$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_r + [\bar{\omega}\overline{OP}], \quad \boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_r - \omega^2\overline{QP} + 2\,[\bar{\omega}\,\boldsymbol{v}_r]. \tag{9}$$

Если за ось z подвижного триэдра примем ось вращения, ориентированную в сторону угловой скорости, то предыдущие формулы дадут следующие выражения для компонент векторов $\boldsymbol{v}_a$ и $\boldsymbol{a}_a$ по подвижным осям:

$$\begin{aligned} v_{a|x} &= \dot{x} - \omega y; & a_{a|x} &= \ddot{x} - \omega^2 x - 2\omega\dot{y};\\ v_{a|y} &= \dot{y} + \omega x; & a_{a|y} &= \ddot{y} - \omega^2 y + 2\omega\dot{x};\\ v_{a|z} &= \dot{z}; & a_{a|z} &= \ddot{z}. \end{aligned}$$

c) Наконец, если переносное движение есть *равномерное* винтовое движение и начало подвижного триэдра взято на относительной оси движения, то мы будем иметь:

$$\boldsymbol{v}_\tau = \boldsymbol{v}_0 + [\bar{\omega}\,\overline{OP}], \quad \boldsymbol{a}_\tau = -\omega^2\overline{QP};$$

здесь (постоянная) скорость $\boldsymbol{v}_0$ точки O будет иметь то же направление, что и угловая скорость; мы получаем поэтому для абсолютной скорости выражение:

$$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_r + [\bar{\omega}\overline{OP}]; \tag{10}$$

для абсолютного же ускорения остается в силе выражение (9), полученное выше для случая равномерно вращательного переносного движения. Это становится совершенно ясным, если примем во внимание, что скорость (10) отличается только постоянным слагаемым $\boldsymbol{v}_0$ от выражения (9), соответствующего случаю „b“.

4. Движение твердой системы относительно двух других систем, движущихся одна относительно другой.

5. Понятия об абсолютном, относительном и переносном движении, установленные в предыдущих параграфах для случая одной движущейся точки, непосредственно распространяются на какие угодно системы точек, в том числе и на твердые системы. Во всех случаях для любой точки в каждый момент движения остаются в силе принцип относительных движений