b) Во-вторых, предположим, что перенос представляет собою *равномерное вращение* с угловой скоростью $\bar{\omega}$.

Если за начало O подвижного триэдра примем какую-либо (неподвижную) точку оси и, как мы это обыкновенно делаем, обозначим через Q ортогональную проекцию точки P на ось, то скорость и ускорение переносного движения выразятся формулами (рубр. 5 и 8 предыдущей главы):

$$\boldsymbol{v}_\tau = [\bar{\omega}\,\overline{OP}], \quad \boldsymbol{a}_\tau = -\omega^2\overline{QP},$$

поэтому для абсолютного движения *на основании соотношений* (5) и (8) получим:

$$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_r + [\bar{\omega}\overline{OP}], \quad \boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_r - \omega^2\overline{QP} + 2[\bar{\omega}\,\boldsymbol{v}_r]. \tag{9}$$

Если за ось z подвижного триэдра примем ось вращения, ориентированную в сторону угловой скорости, то предыдущие формулы дадут следующие выражения для компонент векторов $\boldsymbol{v}_a$ и $\boldsymbol{a}_a$ по подвижным осям:

$$\begin{aligned} v_{a|x} &= \dot{x} - \omega y; & a_{a|x} &= \ddot{x} - \omega^2 x - 2\omega\dot{y}; \\ v_{a|y} &= \dot{y} + \omega x; & a_{a|y} &= \ddot{y} - \omega^2 y + 2\omega\dot{x}; \\ v_{a|z} &= \dot{z}; & a_{a|z} &= \ddot{z}. \end{aligned}$$

c) Наконец, если переносное движение есть *равномерное* винтовое движение и начало подвижного триэдра взято на относительной оси движения, то мы будем иметь:

$$\boldsymbol{v}_\tau = \boldsymbol{v}_0 + [\bar{\omega}\,\overline{OP}], \quad \boldsymbol{a}_\tau = -\omega^2\overline{QP};$$

здесь (постоянная) скорость $\boldsymbol{v}_0$ точки O будет иметь то же направление, что и угловая скорость; мы получаем поэтому для абсолютной скорости выражение:

$$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_r + [\bar{\omega}\overline{OP}]; \tag{10}$$

для абсолютного же ускорения остается в силе выражение (9), полученное выше для случая равномерно вращательного переносного движения. Это становится совершенно ясным, если примем во внимание, что скорость (10) отличается только постоянным слагаемым $\boldsymbol{v}_0$ от выражения (9), соответствующего случаю „b“.

4. Движение твердой системы относительно двух других систем, движущихся одна относительно другой.

5. Понятия об абсолютном, относительном и переносном движении, установленные в предыдущих параграфах для случая одной движущейся точки, непосредственно распространяются на какие угодно системы точек, в том числе и на твердые системы. Во всех случаях для любой точки в каждый момент движения остаются в силе принцип относительных движений (рубр. 2), правило Кориолиса (рубр. 3) и совокупность соотношений (5) и (8), имеющих место для всех точек системы; этого достаточно для установления распределения скоростей и ускорений.

Мы ограничимся случаем, когда некоторая *твердая система* совершает движение относительно двух триэдров, движущихся друг по отношению к другу.

По принципу относительных движений абсолютная скорость каждой отдельной точки P системы S получается в каждый момент сложением скоростей v_r и v_τ совершенно так же, как и при сложении данных двух движений (III, рубр. 3). При всем том нельзя смешивать эти два случая: в движении, составленном из двух движений, скорость точки P представляет собою сумму скоростей, которыми она в один и тот же момент обладает в одном и в другом движении; здесь же относительная скорость v_r также соответствует действительному движению точки P; но скорость переноса v_τ отражает движение не самой точки P, а той точки триэдра $Oxyz$, с которой точка P совпадает в этот момент. Разница между этими двумя случаями становится совершенно ясной, если остановимся на произвольном поступательно-вращательном движении; такое движение мы можем рассматривать либо как сложное движение, либо же как движение, обусловленное переносом.

В самом деле, формула (15) рубр. 14, гл. III

$$v = \tau + [\overline{\omega}\,\overline{\Omega P}]$$

выражает просто разложение движения на поступательное и вращательное; второе же выражение мы будем рассматривать как *несобственное* разложение движения, именно:

$$v = v_0 + [\overline{\omega}\,\overline{OP}];$$

оно может быть истолковано, как выражение абсолютных скоростей точек твердой системы, которая совершает вращательное движение относительно триэдра $Oxyz$ с угловой скоростью $\overline{\omega}$; ось этого вращения в триэдре $Oxyz$ проходит через точку O параллельно вектору $\overline{\omega}$; среда $Oxyz$, в свою очередь, движется относительно триэдра $\Omega\xi\eta\zeta$ поступательно со скоростью v_0 (переносное движение).

6. Предыдущее соображение относится, собственно, к конечному промежутку времени; но если мы здесь ограничимся рассмотрением одного момента t, то основное соотношение (5) показывает, что *всякое состояние абсолютного движения можно получить, слагая скорости двух одновременных движений* — относительного и переносного; вместе с тем здесь находят себе приложение различные соображения, развитые в рубр. 25—27 предыдущей главы, относительно состояния движения, составленного из двух движений.

Так, например, если как относительное (твердое) движение, так и переносное параллельны неподвижной плоскости, т. е. если соответствующие угловые скорости $\bar{\omega}_r$ и $\bar{\omega}_\tau$ параллельны и сохраняют постоянное направление, то мы можем заключить, путем сложения этих движений, что и абсолютное движение параллельно той же неподвижной плоскости. Его угловая скорость выражается суммой $\bar{\omega}_r + \bar{\omega}_\tau$; если исключим возможный случай поступательного движения, то ось абсолютного движения в каждый момент лежит в плоскости двух осей — относительного и переносного движения — и делит расстояние между ними в обратном отношении численных значений ω_r и ω_τ, притом внутренне или внешне в зависимости от того, обращены ли угловые скорости в одну и ту же сторону или в противоположные стороны.

5. Приложения.

7. Результаты, к которым мы пришли в предыдущих параграфах, находят широкие и изящные приложения в исследовании проблем кинематики, так как весьма многие из них могут быть приведены к проблемам относительного движения в том смысле, как этот термин установлен в настоящей главе. В этом параграфе и двух следующих мы дадим примеры такого рода соображений.

8. **Взаимные движения.** Если даны две твердые системы Σ и S, находящиеся в движении одна относительно другой, то мы будем отличать движение M системы S относительно Σ и *взаимное с ним* движение M^* системы Σ относительно S; вместе с тем мы будем обозначать через v и v^* скорости, которые одна и та же точка P будет иметь в один и тот же (произвольный) момент соответственно в движениях M и M^*; иначе говоря, под v мы будем разуметь скорость точки P, которую мы себе будем представлять неразрывно связанной с системой S, в ее движении M относительно Σ; под v^* мы будем разуметь скорость точки, совпадающей в этот же момент с P в системе Σ в ее движении M^* относительно S.

Чтобы установить соотношение, связывающее скорости v и v^*, будем рассматривать движение M системы S относительно Σ как переносное, а взаимное с ним движение системы Σ относительно S как относительное. Совершенно ясно, что абсолютное движение системы Σ относительно себя самой, которое таким образом устанавливается, будет состоянием покоя; принимая поэтому во внимание, что абсолютная скорость v_a при этих условиях равна нулю в любой момент и в любой точке, мы получим из уравнения (5):

$$v^* = -v \tag{11}$$

9. Отсюда непосредственно вытекает, что *для двух взаимных движений при общем полюсе соответственные характеристические векторы в один и тот же момент взаимно противоположны.*