что остается только разыскать функцию $O(t)$, т. е. установить движение точки O.

Но скорость $\boldsymbol{v}_0$ точки O, по предположению, имеет компоненты u, v, t, заданные в функции времени. С другой стороны, компоненты той же скорости по осям неподвижного триэдра выражаются производными неизвестных координат α, β, γ точки O; мы получаем поэтому в обычных обозначениях уравнения:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \alpha_1 u + \alpha_2 v + \alpha_3 w,$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \beta_1 u + \beta_2 v + \beta_3 w,$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \gamma_1 u + \gamma_2 v + \gamma_3 w;$$

и так как правые части суть известные нам функции от t, то определение неизвестных функций α, β, γ требует только квадратур.

26. Прибавим еще несколько слов о решении той же задачи в другом ее виде, когда векторы $\boldsymbol{v}_0$ и $\overline{\omega}$ заданы своими компонентами, отнесенными к неподвижным осям.

В этом случае установлению движения точки O нет необходимости, как выше, предпосылать определение направляющих косинусов α_i, β_i, γ_i. В самом деле, поскольку среди данных задачи уже фигурируют компоненты скорости $\boldsymbol{v}_0$ по неподвижным осям, нам известны производные координат α, β, γ в функции времени.

Что касается определения взаимной ориентации одного триэдра относительно другого, то мы к этому приходим совершенно так же, как выше, обращая только роль каждого из двух триэдров. Теперь вспомогательным вектором $\boldsymbol{u}$, с которым мы имели дело в рубр. 22—24, будет служить вектор, неразрывно связанный с нашим твердым телом; диференциальные уравнения задачи мы получим, проектируя на оси неподвижного триэдра $\Omega\xi\eta\zeta$ обе части тождества

$$\frac{d_a \boldsymbol{u}}{dt} = [\overline{\omega} \boldsymbol{u}],$$

к которому в настоящем случае приводится соотношение (13) рубр. **10**, так как $\boldsymbol{u}$ представляет собой постоянный вектор относительно подвижных осей.

УПРАЖНЕНИЯ.

1. Пусть T_0 будет некоторый триэдр, относительно которого совершают движения триэдры T_1, T_2, T_3, ..., T_n. Обозначим через P точку, которая движется неразрывно с триэдром T_n. Пусть M_i ($i = 1,2,3,\ldots, n$) будет движение, которое точка P совершала бы относительно триэдра T_{i-1}, если бы она была связана твердой связью с триэдром T_i[1]. Движение точки P относительно среды T_0 совпадает с движением, составленным из движений $M_1, M_2, \ldots, M_n$ (III, рубр. **10**).

---

[1] Т. е. движение точки, имеющей в каждый момент скорость той точки среды T_i, с которой в этот момент совпадает точка P. (*Ред.*)

2. В первом приближении можно считать движения планет относительно солнца и спутников относительно планет круговыми и равномерными.

При таком допущении требуется определить гелиоцентрическое движение (т. е. движение относительно солнца) луны и геоцентрическое движение любой планеты (т. е. движение планеты, каким оно представляется наблюдателю, находящемуся на земле).

3. Закрытый автомобиль имеет с боков по окну, каждое по 30 *см* в ширину; расстояние между плоскостями окон составляет 1,6 *м*. На ходу автомобильные окна пробивает ружейная пуля; она входит в автомобиль через центр одного окна и выходит из него у края другого окна. Определить скорость автомобиля, если пуля прошла через него горизонтально с (абсолютной) постоянной скоростью в 200 *м/сек*.

4. С курьерского поезда горизонтально брошен камень в стенку товарного поезда, идущего в противоположном направлении по параллельным рельсам. Скорость курьерского поезда составляет 78 *км/час*, скорость товарного 30 *км*. Скорость, сообщенная камню нормально к направлению движения, составляет 10 *м/сек*. Принимая, что сила удара пропорциональна квадрату скорости (ударяющего тела относительно ударяемого), показать, что в указанных условиях удар, произведенный брошенным камнем, будет в 10 раз сильнее, чем это имело бы место, если бы камень был пущен неподвижно стоящим человеком в неподвижный же вагон.

5. Точка движется прямолинейно и равномерно. Исследовать, каким представляется это движение с триэдра, равномерно вращающегося вокруг постоянной оси, перпендикулярной к (абсолютной) траектории точки.

6. При всякой правильной прецессии (см. рубр. 15—18) имеют место соотношения:

$$\omega = \left| \sqrt{\mu^2 + \nu^2 + 2\mu\nu\cos\theta} \right|,$$

$$\sin\alpha = \frac{|\nu|}{\omega}, \quad \sin\beta = \frac{|\mu|}{\omega},$$

где ω—угловая скорость (абсолютная) тела, α и β — половины углов при вершине обоих круглых конусов Пуансо (соответственно подвижного и неподвижного).

7. Показать, что конус L правильной прецессии Земли (рубр. 19—20) пересекает поверхность земного шара по окружности, радиус которой не превышает 30 *см* (при вычислении можно считать Землю шаром радиусом в 6000 *км*.) Нагляднее: северный полюс оси вращения земли удален от географического полюса меньше, чем на 30 *см*.

8. Пусть O будет светящаяся точка, испускающая во все стороны лучи света, которые распространяются с постоянной (скалярной) скоростью C относительно среды референции (*эфир* классической оптики). Пусть P будет материальная точка, движущаяся с постоянной скоростью $\boldsymbol{v}$ относительно той же среды. Обозначим через $\boldsymbol{u}$ версор направления OP. Наблюдатель, находящийся в точке P (по взглядам классической оптики), приписывает лучу света, приходящему к нему из точки O, не скорость (абсолютную), выражаемую вектором $c\boldsymbol{u}$, но (относительную) скорость $c\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}$.

Установив это, предположим, что нам заданы $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{u}$; допущение, что вектор $\boldsymbol{u}$ фигурирует среди данных задачи, получает осуществление, когда точка O может считаться бесконечно удаленной, например, если это — неподвижная звезда.

Вычислить угол *аберрации* χ между абсолютным лучом и относительным, т. е. между $c\boldsymbol{u}$ и $c\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}$; показать, в частности, что при v, весьма малом по сравнению с c,

$$\chi = \frac{v}{c}\sin\theta,$$

где θ — угол между $\boldsymbol{v}$ и $c\boldsymbol{u}$.

Если отождествить $\boldsymbol{v}$ со скоростью движения земли по своей орбите, то мы отсюда получим объяснение *астрономической аберрации*.