Таким образом установлено, что каждое непоступательное движение может быть осуществлено качением кривой, неразрывно связанной с неподвижной плоскостью (рулетты) по неподвижной кривой (ее базе).

Заметим, что взаимное с этим движение [т. е. движение плоскости π относительно плоскости p (рубр. 8 предыдущей главы)] имеет те же полярные траектории.

3. Сопряженные профили.

7. Понятие о полярных траекториях допускает обобщение, которое, как увидим, имеет значительный интерес с прикладной точки зрения. Положим, что некоторая твердая фигура F движется по плоскости, а c есть некоторая (плоская) кривая, неразрывно с этой фигурой связанная. Последовательные положения, которые кривая c занимает в своем переносном движении совместно с фигурой F, будут, вообще говоря, иметь некоторую огибающую γ. Всякий раз как такая огибающая действительно существует, ее называют *сопряженным профилем* кривой c.

По основному свойству огибающей кривая c в каждый момент касается ее в точке M, которая от момента к моменту может менять свое положение. Отсюда, прежде всего, ясно, что соотношение между кривыми c и γ является взаимным. В самом деле, если рассмотрим взаимное движение, т. е. движение кривой γ относительно фигуры F, то на кривую c можно смотреть, как на огибающую различных положений кривой γ, поскольку c в каждый момент соприкасается с соответствующим положением последней. Этим оправдывается и название сопряженных профилей без указания того, который профиль является подвижным и который представляет огибающую.

8. Во всяком случае *общая нормаль к кривым c и γ в точке их соприкосновения M в каждый момент проходит через соответствующий мгновенный центр вращения* (будь он собственный или несобственный).

Если точка M совпадает с I, то дело ясно. В общем случае, когда точка M отлична от I, мы прибегнем к обычным соображениям, опирающимся на свойства относительного движения. Именно, за относительное движение мы будем считать движение точки M по кривой c, а переносным будет служить движение фигуры F по отношению к неподвижной плоскости, т. е. движение кривой c относительно γ; при этих условиях абсолютным движением будет движение точки M по отношению к неподвижной плоскости, которое совершается по кривой γ. Таким образом $\boldsymbol{v}_r$ (относительная скорость точки M) есть скорость движения точки M по траектории c, $\boldsymbol{v}_a$ (абсолютная скорость той же точки) есть скорость точки M по траектории γ. Так как кривые c и γ в точке M соприкасаются, то обе скорости направлены по общей их касательной; но в таком случае по той же прямой направлена их разность $\boldsymbol{v}_a - \boldsymbol{v}_r$, т. е. переносная скорость точки M. С другой стороны, поскольку переносное движение представляет собою в этот момент вращение вокруг точки I (рубр. 4), его скорость перпендикулярна к радиусу-вектору IM, который, таким образом, имеет направление общей нормали обоих профилей. В предельном случае поступательного движения (когда точка I находится на бесконечности) переносная скорость, а с нею и касательные к профилям имеют направление переноса.

9. В качестве частного случая установленного сейчас предложения мы вновь приходим к теореме Шаля. Для этого достаточно предположить, что профиль c сводится к одной точке P или, если угодно (чтобы сделать выделяемый частный случай более наглядным) к бесконечно малой окружности вокруг точки P. Огибающая γ в этом случае, очевидно, совпадает с траекторией точки P на плоскости γ; точка соприкосновения M кривых c и γ в каждый момент совпадает с положением точки P, а следовательно, общая нормаль к профилям совпадает с нормалью к траектории.

10. Другое замечательное следствие получим, если предположим, что движение фигуры F происходит таким образом, что профиль c постоянно проходит через неподвижную точку Ω. В этом случае сопряженный профиль γ сводится к одной только точке Ω; вывод, который отсюда проистекает, заключается в следующем: *если профиль c, неразрывно связанный с фигурой F, проходит через неподвижную точку Ω, то нормаль к c в точке Ω* (вообще меняющаяся от момента к моменту) *содержит мгновенный центр вращения* (относительного движения фигуры F, а следовательно, и кривой c). К этому мы также придем непосредственно от теоремы Шаля, если рассмотрим взаимное движение.

4. Примеры плоских твердых движений.

11. Прежде чем обратиться к дальнейшим выводам общего характера, рассмотрим несколько примеров разыскания полярных траекторий заданных плоских движений. К этого рода задачам мы приходим всякий раз, когда хотим механическим приспособлением осуществить то или иное заданное плоское твердое движение. Как мы видели, это всегда возможно выполнить (помимо чисто практических трудностей, на которых мы ниже также остановимся) качением одной из двух полярных траекторий по другой. В прикладной механике особый интерес имеют так называемые *эпициклические движения*, соответствующие тому случаю, когда обе траектории представляют собою окружность. Этими движениями мы займемся обстоятельно в § 8. Здесь же рассмотрим несколько примеров, в которых будем предполагать известной только последовательность положений движущейся фигуры, а не закон, которому движение следует во времени. Таким образом, по существу, речь будет итти о вопросах геометрии движения; если мы при этом будем иногда вводить