

## § 2. Независимость условий равновесия от способа осуществления связей

12. В предыдущем параграфе мы предполагали, что односторонняя связь (или каждая из односторонних связей), наложенная на материальную точку  $P$ , осуществляется соприкосновением с поверхностью тела, которое действительно существует, однако на практике связь этого типа может быть осуществлена также и другими способами; например, точка  $P$ , связанная посредством гибкой и нерастяжимой нити заданной длины  $l$  с неподвижной точкой  $O$ , может двигаться только внутри или по поверхности сферы с центром  $O$  и радиусом  $l$  (эта сфера материально не существует).

Хотя условия равновесия материальной точки  $P$  были определены нами в предположении, что односторонняя связь осуществляется первым способом, однако можно считать, что эти условия применимы в значительно более широких пределах. Действительно, при изучении статике произвольной материальной системы мы увидим (ср. гл. XV, § 1), что, по крайней мере в идеальном случае, когда можно отвлечься от трения и всякого рода пассивных сопротивлений, механическое действие связей совершенно не будет зависеть от способа их осуществления. В действительности это следствие из основного принципа теоретической механики (принципа виртуальных работ), который будет сформулирован ниже, является лишь приближенным законом. Однако этот закон оказывается полезным, по крайней мере как руководящее правило, также и в реальных случаях, в которых приходится учитывать пассивные сопротивления. Все же в каждом отдельном случае необходимо заботиться о его проверке путем непосредственного исследования физических условий задачи и, если окажется необходимым, изменить его в каких-нибудь деталях.

В этом смысле и с указанными оговорками мы можем считать, что для материальной точки, подчиненной произвольной связи, не позволяющей точке переходить через поверхность  $\sigma$ , условия равновесия всегда выражаются соотношениями

$$F_n \geq 0, \quad (1)$$

$$T \leq fN. \quad (2)$$

Словами эти условия можно выразить так: для равновесия материальной точки  $P$  необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая  $F$  активных сил не находилась вне той полости конуса трения, которая имеет ось внутреннюю нормаль к  $\sigma$ , т. е. нормаль, направленную в ту сторону, куда связь не позволяет проникнуть точке  $P$ .

В предельном случае отсутствия трения, который физически невозможен, но часто может служить в качестве приближения, не-

обходимо и достаточно, чтобы сила  $F$  действовала по внутренней нормали к поверхности  $\sigma$ .

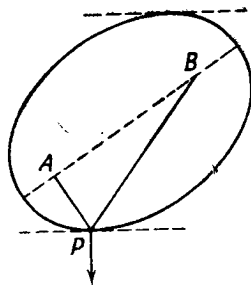
13. Применим принцип независимости, изложенный в предыдущем пункте, к частной задаче.

Рассмотрим тяжелое колечко  $P$ , скользящее вдоль гибкой и нерастяжимой нити, закрепленной на концах  $A$  и  $B$ , и предположим, что длина  $l$  нити больше длины отрезка  $AB$  (фиг. 7). Требуется определить положения равновесия колечка.

Геометрическим местом возможных положений колечка  $P$  в какой-нибудь плоскости, проходящей через  $A$  и  $B$ , при натянутой нити будет эллипс, так как в каждом из этих положений должно выполняться равенство  $AP + PB = l$ ; фокусами этого эллипса будут точки  $A$  и  $B$ , а большая ось будет равна  $l$ ; возможными же положениями колечка в той же самой плоскости при ненатянутой нити будут внутренние точки указанного эллипса. Поэтому, если мы представим себе рассматриваемую плоскость вращающейся вокруг  $AB$ , то колечко будет точкой, подчиненной связи, которая позволяет ей двигаться внутри или на поверхности эллипсоида вращения  $E$  с фокусами  $A$  и  $B$  и с большой осью, равной  $l$ .

Очевидно, что внутри эллипсоида  $E$  для колечка не существует положений равновесия, так как, когда нить не натянута, колечко можно рассматривать как свободную тяжелую точку. Поэтому положения равновесия надо искать только на поверхности эллипсоида.

Если допустить, что нить очень гибкая и что колечко может скользить вдоль нее, не встречая заметного сопротивления, мы будем иметь случай, очень близкий к случаю связи без трения. При полном отсутствии трения мы должны искать те точки на поверхности эллипсоида, в которых вес направлен по нормали к эллипсоиду, в ту сторону, куда связь не допускает перемещения, или, другими словами, — те точки на  $E$ , в которых нормаль, ориентированная наружу, направлена по вертикали вниз. Так как нормаль к поверхности вращения всегда лежит в проходящей через нее меридианной плоскости, то возможные положения равновесия точки  $P$  будут находиться на эллипсе, по которому эллипсоид пересекается с вертикальной плоскостью, проходящей через  $AB$ . На этом эллипсе существуют две точки, в которых нормаль вертикальна, а именно, точки, где касательная горизонтальна (самая верхняя и самая нижняя точки эллипса); из этих двух точек только нижняя является положением равновесия колечка, так как только в ней внешняя нормаль будет направлена вниз.



Фиг. 7.