

Глава X

ГЕОМЕТРИЯ МАСС

1. В главах VII—IX мы занимались исключительно материальной точкой. Чтобы распространить полученные результаты на какие угодно материальные тела, прежде всего необходимо определить также и для этих тел понятие о массе. С этим понятием в качестве необходимой предпосылки для будущих механических выводов непосредственно связывается ряд теорем, независимых от понятий времени и силы, которые обычно объединяют под названием *геометрия масс*.

§ 1. Масса тела

2. Масса материальной точки была определена как отношение p/g веса точки к ускорению силы тяжести (гл. VII, п. 14). Это отношение имеет определенный физический смысл также и для какого угодно тела, лишь бы размеры тела были таковы, чтобы внутри занимаемой им области ускорение g оставалось приблизительно постоянным. Как и в случае материальной точки, это отношение веса тела к ускорению силы тяжести будет приниматься за *существенную характеристику тела, неизменную при всяком его движении и всякой деформации*.

Оно является *практическим определением* массы тела.

3. Из опыта мы убеждаемся, что вес какого-нибудь тела C , разделенного каким угодно способом на части, всегда равен сумме весов отдельных частей. Таким образом, из определения предыдущего пункта следует, что масса обладает *аддитивным свойством, в силу которого масса какого-нибудь тела равна сумме масс его частей, каким бы способом ни представлять себе тело разбитым на части*.

Поэтому, в частности, если мы представим себе тело C разделенным на части, которые можно уподобить материальным точкам, то сумма масс всех этих точек не будет зависеть от способа разделения.

Обратно, если на основании только что указанных опытных данных мы допустим в виде постулата, что, как бы мы ни разбивали тело на отдельные материальные точки, для суммы масс этих точек всегда получится одно и то же число, то можно будет

определить массу тела как сумму масс отдельных материальных точек, на которые его можно представить себе разделенным по какому-нибудь закону.

Это новое определение, так как оно основывается на понятии массы материальной точки, сообщает понятию массы тела характер универсальности (или независимости от каких-либо соображений, относящихся к земному полю тяготения), который мы имели в случае одной материальной точки (гл. VII, п. 16).

§ 2. Плотность

4. Для того чтобы выразить аналитически закон распределения массы внутри тела, необходимо ввести понятие о *плотности*.

Тела физически однородные (вода, литое железо и т. п.) характеризуются тем свойством, что веса (измеренные в одном и том же месте) их частей пропорциональны соответствующим объемам. Следовательно, мы имеем пропорциональность (независимо от того, в каком месте на Земле мы находимся) между массами различных точек однородного тела и соответствующими объемами.

Поэтому, если мы обозначим через S объем любого однородного тела, через m его массу и через ΔS и Δm объем и массу какой-нибудь его части, то будем иметь

$$\frac{\Delta m}{\Delta S} = \frac{m}{S};$$

это отношение численно равно массе единицы объема рассматриваемого тела. Оно называется *плотностью* тела C . Обозначая плотность через μ , будем иметь

$$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta S};$$

это равенство справедливо, каков бы ни был объем рассматриваемой части тела C . Поэтому, предположив, что рассматриваемая часть тела стягивается к точке, так что ее объем и масса стремятся к нулю, в пределе будем иметь

$$\mu = \frac{dm}{dS}. \quad (1)$$

Пользуясь языком анализа бесконечно малых, мы можем сказать, что μ есть отношение массы бесконечно малой частицы нашего тела к соответствующему объему. Из соотношения (1) имеем

$$dm = \mu dS, \quad (2)$$

так что массу m тела C можно представить в виде интеграла

$$\int_S dm,$$