

*Равновесие твердого тела не нарушится, если к двум каким угодно его точкам приложить две равные и прямо противоположные силы.*

2. Мы уже знаем (гл. XII, п. 4), что если какая угодно материальная система  $S$  (т. е. также и нетвердое тело) находится в равновесии под действием заданной системы сил и вместо связей, существующих между точками  $S$ , введены соответствующие реакции, то систему можно рассматривать как состоящую из свободных материальных точек, каждая из которых находится в равновесии под действием приложенных к ней активных сил и реакций связей. Поэтому, в силу необходимых и достаточных условий равновесия точки (гл. VII, п. 11), равновесие системы  $S$  не нарушится, если вместо двух или большего числа сил, действующих на одну и ту же точку системы, будет приложена соответствующая результирующая или, наоборот, сила, действующая на точку системы  $S$ , будет разложена на несколько сил, приложенных к той же самой точке.

Мы видим, таким образом, что в какой угодно материальной системе всегда можно, не нарушая равновесия, выполнить над приложенными к отдельным точкам силами первую из векторных операций, которые в п. 40 гл. I мы назвали элементарными.

С другой стороны, в случае твердого тела характеристический постулат предыдущего пункта утверждает, что над силами, приложенными к телу, можно, не нарушая равновесия тела, выполнить также и вторую элементарную операцию.

Так как, комбинируя обе элементарные операции, мы можем (гл. I, п. 14) перейти от одной заданной системы приложенных векторов ко всякой другой эквивалентной ей системе, т. е. к системе, имеющей те же самые результирующий вектор и результирующий момент (по отношению к какому угодно центру приведения), то мы заключаем, что *равновесие твердого тела не нарушится, если системе действующих на него сил заменить какой угодно другой системой сил, (векторно) эквивалентной первоначальной.*

## § 2. Необходимые и достаточные условия равновесия твердого тела

3. Предыдущая теорема позволяет доказать, что *в случае твердых тел основные условия равновесия не только необходимы, как это имеет место для всякой материальной системы, но и достаточны.*

Предположим, что твердое тело  $S$  находится под действием известных внешних сил  $\mathbf{F}$ , удовлетворяющих основным условиям

$$\mathbf{R} = 0, \quad \mathbf{M} = 0, \quad (1)$$

т. е. составляющих систему, эквивалентную нулю.

Если обозначим через  $f$  внутренние силы, то твердое тело  $S$  можно рассматривать как систему свободных материальных точек, находящуюся под действием сил  $F$  и  $f$ . Так как и система сил  $F$  (по предположению) и система сил  $f$  (в силу их свойства как внутренних сил, п. 3 предыдущей главы) (векторно) эквивалентны нулю, то система, составленная из сил  $F$  и  $f$ , будет, в частности, эквивалентна системе сил, из которых каждая равна нулю. Но если бы каждая точка тела  $S$  подвергалась действию силы, равной нулю (т. е. была бы свободна от действия каких бы то ни было сил), то система находилась бы, очевидно, в равновесии. Поэтому на основании теоремы предыдущего пункта она будет находиться также в равновесии под действием сил  $F$  и  $f$ , эквивалентных системе, состоящей только из сил, в отдельности равных нулю.

Поэтому заключаем, что для твердых тел необходимые и достаточные условия равновесия выражаются двумя векторными уравнениями (1) или шестью эквивалентными им скалярными уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \sum X = 0, \quad \sum Y = 0, \quad \sum Z = 0; \\ \sum (yZ - zY) = 0, \quad \sum (zX - xZ) = 0, \quad \sum (xY - yX) = 0, \end{aligned} \right\} (1')$$

где суммирование распространяется на те точки твердого тела, к которым приложены внешние силы, и суммы должны быть заменены интегралами, распространенными на область (одного, двух или трех измерений), когда эти точки распределены непрерывно.

В частных случаях уравнения (1') можно свести к меньшему числу, так как некоторые из них могут удовлетворяться тождественно. Например, если все внешние силы действуют в одной и той же плоскости  $\pi$ , то в той же плоскости лежит и их результирующая сила  $R$ , тогда как результирующий момент  $M$  (по отношению к какому угодно центру, взятому в плоскости  $\pi$ ) будет перпендикулярен к этой плоскости; поэтому если  $\pi$  выбрать за координатную плоскость  $z = 0$ , то равенства (1') приведутся к трем уравнениям

$$\sum X = 0, \quad \sum Y = 0, \quad \sum (xY - yX) = 0.$$

### § 3. Равновесие несвободных твердых тел

4. Твердое тело  $S$  может быть подчинено не только внутренним связям неизменяемости, но и *внешним связям*, осуществляемым, например, посредством соприкосновения с другими твердыми телами или посредством сферических или цилиндрических шарниров, делающих неподвижной точку или прямую тела, и т. д. В каждом из этих случаев, если мы хотим применить к твердому телу  $S$ , находящемуся под действием заданной системы сил, основные условия, необходимые и достаточные для равновесия, то к внешним силам нужно причислить также и реакции связей, наложенных на