

Эта формула показывает, что наибольшее отклонение вертикали имеется на широте в 45° ($\sin 2\lambda = 1$). Оно достигает (в радианах) значения $\varepsilon/2$, или в градусах $360\varepsilon/4\pi$. При значении ε , указанном в предыдущем пункте, значение последнего выражения оказывается немногим менее $10'$.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Если твердое тело находится в поступательно-вращательном движении, в котором угловая скорость ω и ускорение a_0 какой-нибудь точки O постоянны, то переносная сила инерции χ (для всякой точки твердого тела) не будет зависеть от времени.

Показать, что не существует других движений твердого тела, обладающих аналогичными свойствами.

2. Тонкий стержень AB , наклоненный под углом θ к вертикали, направленной вверх и проходящей через конец A , вращается вокруг этой вертикали с постоянной угловой скоростью ω . Тяжелый шарик может двигаться без трения по стержню. На каком расстоянии l от A шарик может находиться в относительном равновесии?

3. Тяжелый шарик может двигаться без трения вдоль окружности, которая равномерно вращается вокруг вертикальной оси, лежащей в плоскости окружности.

Показать, что для шарика, в зависимости от случая, могут быть четыре, два или ни одного положения относительного равновесия.

4. Применить статическое понятие об устойчивости (гл. IX, § 4) к относительному равновесию тяжелой точки, вынужденной оставаться на сфере, вращающейся без трения вокруг вертикальной оси (п. 8).

[Принимая во внимание, что работа реакции при перемещении точки по сфере равна нулю, мы придем к рассмотрению (гл. IX, п. 19) потенциала двух сил, веса и центробежной силы, в окрестности положения равновесия.]

5. На какой поверхности, в предположении, что она абсолютно гладкая и равномерно вращается вокруг вертикальной оси, тяжелая точка может находиться всюду в относительном равновесии?

Ответ. На параболоиде $(\omega^2/2)(x^2 + y^2) - gz = \text{const}$ (ось Oz направлена вертикально вверх).

6. Пусть C — твердое тело, равномерно вращающееся вокруг неподвижной оси, G — центр тяжести тела. Найти результирующую R и результирующий момент M центробежных сил относительно какой-нибудь точки O оси и вывести затем условия, при которых система центробежных сил равносильна одной силе или одной паре или нулю.

Ответ. Результирующая R тождественна с центробежной силой точки G , в предположении, что в ней сосредоточена вся масса тела. Если за систему отсчета примем систему осей с началом в точке O и с осью z , направленной по оси вращения, то получим

$$M = \omega^2 (-A'i + B'j),$$

где ω — есть угловая скорость и A' , B' — произведения инерции $\sum_i m_i y_i z_i$, $\sum_i m_i z_i x_i$.

7. Твердый диск движется произвольным образом в своей плоскости. Определить (на основе п 59 гл. V) систему приложенных векторов, составленную из переносных сил инерции.

8. Показать, что материальная точка P , находящаяся под действием центральной притягивающей силы (гл. VII, п. 29, в), может равномерно описывать вокруг центра силы O произвольную окружность C , лишь бы угловая скорость ω имела надлежащую величину.

[Условие, которое накладывается на P , равносильно, очевидно, требованию находиться в относительном равновесии по отношению к осям, лежащим в плоскости окружности C и равномерно вращающимся вокруг точки O с той же самой угловой скоростью ω , с к-кой вращается радиус точки P .

Тогда все сведется к выбору угловой скорости ω таким образом, чтобы центробежная сила уравновешивала притяжение.]

9. Показать (применяя указание предыдущего упражнения), что система, состоящая из двух материальных точек P и P_1 , притягивающихся по закону Ньютона, может равномерно вращаться (так, как если бы точки были неизменно связаны) вокруг их центра тяжести. Угловая скорость должна в этом случае удовлетворять соотношению

$$\omega^2 = \frac{f(m + m_1)}{d^3},$$

где m, m_1 представляют собой массы обеих точек, d есть расстояние между ними и f — постоянная тяготения.

10. Указать конфигурацию относительного равновесия равномерно вращающейся гибкой и нерастяжимой нити. Предполагается, что концы A и B нити прикреплены к двум точкам оси вращения, что нить однородна и весом ее можно пренебречь по сравнению с центробежной силой.

11. Ремень трансмиссии весит 270 г на погонный метр. Он движется со скоростью 15 см/сек.

Сопротивление, которое надо преодолеть (в обозначениях § 6), имеет момент $\gamma = 20$ (где силы выражены в килограммах, а длины в метрах). Положив $r = 0,6$ м, $f = 0,28$, $\theta = \pi$ (в предположении, что оба шкива C и C_1 равны), найти растягивающие усилия T_A и T_B .

Ответ. $T_A = 20,8$ кг; $T_B = 62,5$ кг.

12. Показать, что если бы угловая скорость Земли была в 17 раз больше, то тела на экваторе (приблизительно) были бы лишены веса.