соответствует случаю $n=1$) с минимальным радиусом

$$a_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 k};$$

2) остальные орбиты имеют радиусы

$$a_n = n^2 a_1 \qquad (n = 2, 3, 4 \ldots).$$

Согласно с этой теорией каждая спектральная линия обусловлена переходами электрона с одной орбиты на другую возможную орбиту. Исходя из этого предположения, Бор установил следующий результат [1]). Если обозначим через E_n полную энергию движения вдоль n-ой возможной орбиты, то, как известно (п. 4), будем иметь

$$E_n = -\frac{1}{2}\frac{k}{a_n} = -\frac{1}{2}\frac{k}{a_1}\frac{1}{n^2};$$

поэтому для другой возможной орбиты, внешней по отношению к первой ($n' > n$), будем иметь (алгебраически)

$$E_{n'} > E_n.$$

Если положим

$$E_{n'} - E_n = h\nu,$$

то величина ν даст частоту, соответствующую спектральной линии о которой идет речь.

Этот и другие выводы, полученные Бором путем присоединения подходящих квантовых гипотез к гипотезам классической физики, находятся в удивительном согласии с результатами наиболее тонких экспериментальных наблюдений.

§ 3. Закон всемирного тяготения

14. Обратимся снова к рассуждениям, изложенным в п. 1. Обозначим через P_1, P_2, ... различные планеты и условимся обозначать одним и тем же индексом i все соответствующие отдельной планете P_i элементы: геометрические, кинематические и механические (расстояние от Солнца r_i, большая полуось орбиты a_i, период T_i, масса m_i и т. д.).

Мы знаем, в качестве первого приближения, из законов Кеплера, что различные планеты движутся так, как если бы каждая из них притягивалась силой (центральной), по величине соответственно равной

$$\frac{km_1}{r_1^2}, \ \frac{km_2}{r_2^2}, \ \ldots,$$

[1]) См., в частности, Э. В. Шпольский, Атомная физика, т. I, 1949.

где коэффициент

$$k = \frac{c_1^2}{p_1} = 4\pi^2 \frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{c_2^2}{p_2} = 4\pi^2 \frac{a_2^3}{T_2^2} = \ldots$$

имеет одно и то же значение для всех планет.

Это приводит к более общему выводу: физические свойства пространства вокруг Солнца таковы, что какая-нибудь масса m, помещенная на некотором расстоянии r от Солнца, испытывает с его стороны действие притягивающей силы (центральной), по величине равной

$$\frac{km}{r^2},$$

где коэффициент k оказывается таким же, как и в случае планет.

Теперь общеизвестно, что различные планеты имеют по одному и более спутников (Земля, Нептун, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран); Ньютон впервые (для известных тогда спутников) прямыми наблюдениями установил, что также и для движения всякого спутника вокруг соответствующей планеты приблизительно выполняются законы Кеплера. Допустим, что в первом приближении движение спутника вокруг своей планеты можно рассматривать как абсолютное (в обычном смысле, приписываемом этому слову в механике).

Кроме того, можно отвлечься от того, что планета и спутник притягиваются Солнцем. Если законы Кеплера сохраняют свое значение для движения спутника и планеты, как и в случае планеты и Солнца, то можно принять, что любая планета P_i притягивает спутника с массой m', находящегося на расстоянии r', с силой

$$\frac{k_i m'}{r'^2}, \tag{35}$$

где k_i обозначает некоторый коэффициент, который в силу третьего закона Кеплера остается одним и тем же в случае, если планета P_i имеет несколько спутников.

Но законы Кеплера ничего не говорят относительно соотношений между различными коэффициентами k, k_i, которые входят в определенные таким образом выражения для притяжения планет Солнцем и спутников соответствующими планетами.

Чтобы итти дальше, обратимся к Земле, которую примем за планету P_1 (с массой m_1 на расстоянии r_1 от Солнца); она притягивает Луну, масса которой пусть будет m' и расстояние от Земли r', с силой

$$\frac{k_1 m'}{r'^2}.$$

С другой стороны, она притягивается Солнцем с силой

$$\frac{km_1}{r_1^2}. \tag{36}$$

Но по третьему закону Ньютона этой силе притяжения Солнцем Земли соответствует равная ей по величине сила притяжения Солнца Землей; а так как решительно нет никаких оснований рассматривать эту силу отличной по природе от силы (35), с которой Земля притягивает Луну, то нам приходится принять, что если мы через m_0 обозначим массу Солнца, то величина этого притяжения Солнца Землей будет

$$\frac{k_1 m_0}{r_1^2}.$$

Если мы приравняем эту величину величине (36) прямо противоположной силы, то получим

$$km_1 = k_1 m_0$$

или же

$$\frac{k}{m_0} = \frac{k_1}{m_1};$$

поэтому если обозначить через f общую величину этих двух отношений, то можно написать

$$k = fm_0, \quad k_1 = fm_1.$$

Имея в виду равенства (35) и (36) и применяя третий закон Ньютона также и к паре Земля — Луна, мы видим, что Солнце и Земля взаимно притягиваются с силой (направленной по соединяющей их прямой)

$$f\frac{m_0 m_1}{r_1^2},$$

а Земля и Луна с силой

$$f\frac{m_1 m'}{r'^2}.$$

Подобные рассуждения можно повторить и для любой другой планеты, имеющей спутника; распространяя путем обычной индукции этот результат также и на планеты без спутников и вообще на все небесные тела, заключаем: *два каких угодно небесных тела, рассматриваемые как материальные точки, взаимно притягиваются с силой, направленной по соединяющей их прямой, по величине прямо пропорциональной их массам m, m' и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними r, т. е. с силой*

$$f\frac{mm'}{r^2}, \tag{37}$$

где f обозначает постоянную всемирного тяготения.

Таким образом, в отношении небесных тел, рассматриваемых как материальные точки, мы приходим к тому закону действия силы, который под названием *ньютонианского притяжения* мы приняли в виде априорной гипотезы в гл. XI т. I.

15. В процессе индукции Ньютона остается сделать последний, может быть, еще более смелый шаг, тот самый, о котором народное предание сохранило память в известном анекдоте из жизни Ньютона.

Возвращаясь к притяжению Землей Луны и сопоставляя с ним силу тяжести, которая в пределах наших прямых опытов проявляется в виде притяжения Землей всякого тела, как бы оно ни было мало, естественно будет принять, что притяжение, которым, так сказать, Земля удерживает Луну на ее орбите, является не чем иным, как земной силой тяжести, ослабленной для единицы массы вследствие большого расстояния, но способной к столь большому действию вследствие значительной величины лунной массы по сравнению с массой тел, над которыми мы можем непосредственно производить опыты.

Отсюда и название *тяготения*, которое обыкновенно дают ньютонианскому притяжению.

С другой стороны, так как частица P притягивается Землей, как бы она мала ни была, то в свою очередь в силу третьего закона Ньютона она должна притягивать Землю с силой, прямо противоположной.

Отсюда естественно сделать вывод, что ньютонианское притяжение не является исключительно свойством больших небесных масс, а представляет собой естественное и элементарное свойство материи. Здесь приходят на помощь математические выкладки только что упоминавшейся гл. XI т. I. Действительно, там мы видели, что если допустить для всякой пары материальных элементов существование взаимного ньютонианского притяжения, то небесное тело, имеющее форму огромного материального шара, состоящего из однородных концентрических слоев, притягивает всякую внешнюю материальную точку с силой, с которой притягивала бы ту же самую материальную точку масса сферы, целиком помещенная в ее центре.

Таким образом, оказывается оправданным распространение закона действия силы (37) на любую возможную пару материальных точек.

В заключение предыдущих индуктивных выводов можно сформулировать следующий закон, известный под названием *закона Ньютона, или закона всемирного тяготения: всякие две материальные точки во Вселенной взаимно притягиваются с силой, направленной по прямой, их соединяющей, прямо пропорциональной их массам m, m' и обратно пропорциональной квадрату рас-*

стояния между ними r (37):

$$f\frac{mm'}{r^2}.$$

Как уже упоминалось раньше (т. I, гл. XI, п. 3), *постоянную* f *тяготения* (или *постоянную Гаусса*), измеряющую взаимное притяжение двух единичных масс на единичном расстоянии, впервые определил лабораторным путем Кэвендиш (1797). Впоследствии было выполнено много других определений этой величины все более точными способами, и все они в согласии друг с другом приводят к одному и тому же численному значению f в единицах CGS, равному $6{,}7 \cdot 10^{-8}$ (уже упоминавшееся место из п. 3).

§ 4. Проверка закона всемирного тяготения по его следствиям

16. Индуктивный процесс открытия закона всемирного тяготения, схематически изложенный в предыдущих пунктах, опирается на совокупность данных наблюдения и, кроме того, на законы Кеплера (для планет относительно Солнца, для спутников относительно соответствующих планет). Но очевидно, что, если допустить справедливость закона Ньютона, согласно которому небесные тела взаимно притягиваются друг к другу, то, даже рассматривая эти тела как материальные точки, нельзя считать законы Кеплера вполне точными. Эти законы, выполняются только тогда, когда имеется только два взаимно притягивающихся тела и центральное тело неподвижно (относительно звезд).

Поэтому прежде чем принять гипотезу Ньютона как закон, необходимо проверить, допускает ли она в пределах соответствующего приближения справедливость законов Кеплера и других экспериментальных результатов, уже полученных ранее.

17. Справедливость в первом приближении законов Кеплера для планет. Все тела планетной системы (Солнце, планеты, спутники) не только притягиваются друг к другу попарно, но и испытывают также притяжение звезд. Однако среднее расстояние звезд от Солнца так велико по сравнению с размерами планетной системы (ближайшая звезда отстоит от Солнца круглым числом в 300 000 раз дальше Земли), что действием звезд на планетную систему можно пренебречь.

При таком приближении остается принять во внимание только взаимные притяжения тел планетной системы. Будем рассматривать определенную планету, например Землю, которую обозначим через P. Земля притягивается Солнцем и остальными телами солнечной системы; как Солнце, так и эти остальные тела находятся от Земли на расстояниях, сравнимых между собой. Но масса Солнца (что