где для простоты положено

$$e_{ik} = b_{ik} - b_{ki} \qquad (i, k = 1, 2, \ldots, n).$$

Таким образом, мы видим, что благодаря членам гиростатической природы в функции Лагранжа в уравнениях малых колебаний появляются линейные члены относительно лагранжевых нормальных скоростей с *антисимметричными* (постоянными) *коэффициентами*.

§ 7. Наличие пассивных сопротивлений. Диссипативность

25. Уравнения (30) предыдущего пункта не составляют еще наиболее общий тип уравнений малых колебаний, встречающихся при схематической постановке физических проблем.

Действительно, даже ограничиваясь случаем голономных систем со связями, не зависящими от времени, и находящихся под действием позиционных сил консервативной природы, необходимо принимать во внимание неизбежные пассивные сопротивления (трение, вязкость и пр.), которые, как мы уже видели в элементарном случае только одной степени свободы (см., например, гл. I, п. 58), можно вообще рассматривать схематически как силы, зависящие от скоростей точек системы; эти силы совершают существенно отрицательную работу на каком угодно перемещении системы.

В окрестности конфигурации равновесия $x_i = 0$ лагранжевы составляющие $X_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ таких сил будут, как правило, представлены линейными формами с постоянными коэффициентами относительно лагранжевых скоростей $\dot{x}$, и эти формы должны быть такими, чтобы выражение элементарной работы

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \, dx_i = dt \sum_{i=1}^{n} X_i \dot{x}_i$$

было отрицательным для всякого перемещения, не равного тождественно нулю, т. е. при всяком выборе значений $\dot{x}$, не равных одновременно нулю. Другими словами, квадратичная форма относительно $\dot{x}$

$$\Psi = -\sum_{i=1}^{n} X_i \dot{x}_i$$

должна быть определенной положительной.

Предположим теперь, что

$$X_i = -\sum_{k=1}^{n} d_{ik} \dot{x}_k \qquad (i = 1, 2, \ldots, n);$$

какова бы ни была матрица $\|d_{ik}\|$, можно воспользоваться приемом, хорошо известным из теории билинейных форм, и положить

$$d_{ik}=\gamma_{ik}+\varepsilon_{ik}\qquad (i,k=1,\ 2,\ \ldots,\ n),$$

где

$$\gamma_{ik}=\frac{1}{2}(d_{ik}+d_{ki}),\qquad \varepsilon_{ik}=\frac{1}{2}(d_{ik}-d_{ki}),$$

в силу чего матрица $\|\gamma_{ik}\|$ будет симметричной, а матрица $\|\varepsilon_{ik}\|$ антисимметричной. Тогда, очевидно, будем иметь

$$\Psi=-\sum_{i=1}^{n}X_i\dot{x}_i=\sum_{\substack{i=1\\k=1}}^{n}\gamma_{ik}\dot{x}_i\dot{x}_k,$$

$$X_i=-\frac{1}{2}\frac{\partial\Psi}{\partial\dot{x}_i}-\sum_{k=1}^{n}\varepsilon_{ik}\dot{x}_k\qquad (i=1,\ 2,\ldots,\ n);$$

уравнения малых колебаний, в которых антисимметричные части составляющих X_i объединяются в членах гироскопического происхождения, принимают их наиболее общий вид

$$\ddot{x}_i-\rho_i x_i+\sum_{k=1}^{n}e_{ik}\dot{x}_k=-\frac{1}{2}\frac{\partial\Psi}{\partial\dot{x}_i}\qquad (i=1,\ 2,\ \ldots,n).\tag{31}$$

Этот вид является *по существу* наиболее общим; но не надо забывать (п. 24), что квадратичная часть T_2 живой силы и функция T_0+U предполагаются уже приведенными к канонической форме

$$T_2=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\dot{x}_i^2,\qquad T_0+U=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\rho_i x_i^2,$$

т. е. относительно T_2 и T_0+U переменные x являются нормальными. Если же, наоборот, перейдем к каким угодно переменным z (линейным независимым функциям от x), то, естественно, будем иметь для T_2 и T_0+U квадратичные формы произвольного вида (§ 3):

$$T_2=\frac{1}{2}\sum_{\substack{h=1\\k=1}}^{n}a_{hk}\dot{z}_h\dot{z}_k,\qquad T_0+U=\frac{1}{2}\sum_{\substack{h=1\\k=1}}^{n}\beta_{hk}z_h z_k;$$

T_1 (предыдущий пункт) и Ψ сохранят свой вид, если в них произвести фактическую замену буквы x буквой z (конечно, числовые значения коэффициентов изменятся в соответствии с этой заменой переменных).

Окончательно, так как $\mathfrak{L} = T_2 + T_1 + T_0 + U$, уравнения малых колебаний

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \dot{z}_h} - \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial z_h} = -\frac{1}{2}\frac{d\Psi}{d\dot{z}_h} \quad (h = 1, 2, \ldots, n)$$

в каких угодно координатах z (исчезающих в конфигурации равновесия) примут вид

$$\sum_{k=1}^{n} (\alpha_{hk}\ddot{z}_k - \beta_{hk}z_k + e_{hk}\dot{z}_k) = -\sum_{k=1}^{n} \gamma_{hk}\dot{z}_k \quad (h = 1, 2, \ldots, n), \quad (31')$$

где из четырех рядов коэффициентов (постоянных) α, β, γ, e первые три являются симметричными относительно двух индексов

$$(\alpha_{hk} = \alpha_{kh}, \quad \beta_{hk} = \beta_{kh}, \quad \gamma_{hk} = \gamma_{kh}),$$

а e_{hk} — антисимметричны ($e_{hk} = -e_{kh}$).

Остается разъяснить физический смысл квадратичной формы Ψ. Для этой цели, не нарушая общности, мы можем снова взять координаты x и составить для уравнений (31) *уравнение живых сил*, умножая их соответственно на $\dot{x}_i dt$ и суммируя по индексу i. Таким образом, найдем

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left\{\sum_{i=1}^{n} \dot{x}_i^2 - \sum_{i=1}^{n} \rho_i x_i^2\right\} dt + \Psi\, dt = 0;$$

отсюда прежде всего виден гиростатический характер линейных относительно $\dot{x}$ членов с антисимметричными коэффициентами; далее, если продолжать интерпретировать разность

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1} (\dot{x}_i^2 - \rho x_i^2)$$

как полное выражение $H = T_2 - (T_0 + U)$ механической энергии системы (кинетической и потенциальной), то из полученного выше уравнения живых сил следует

$$dH = -\Psi\, dt.$$

Отсюда заключаем, что квадратичная форма — Ψ, частные производные которой по $\dot{x}_i$ входят в уравнения (31) в виде членов, линейных относительно $\dot{x}_i$, равна производной по времени от полной механической энергии и поэтому в любой момент является мерой быстроты, с которой изменяется эта энергия. Характер определенной положительной формы, которым обладает Ψ, соответствует тому факту, что при естественном течении механических явлений, когда движущейся системе не сообщается энергия извне для сохранения режима движения, мы будем иметь (в силу действия трения, вязкости, пассивных сопротивлений всякого рода, представленных в добавочных членах уравнений (31)) *рассеяние энергии*, т. е. превращение энергии в низшие формы (чаще всего в теплоту).

Этим объясняется название *диссипативной функции* или *функции рассеяния*, которое, следуя Рэлею, дают (определенной положительной) квадратичной форме Ψ.

26. Вопросы устойчивости, связанные с наличием диссипативных и гиростатических членов. Выше установлена аналитически в согласии с физической действительностью возможность того, что, кроме консервативных сил, на систему могут действовать еще гиростатические и диссипативные силы; вместе с этим возникают и хорошо известные вопросы об устойчивости движения.

Отметим здесь прежде всего, что характер обратимости, которым обладают лагранжевы уравнения движения (и, следовательно, уравнения малых колебаний), когда действующие силы являются чисто консервативными, сохраняется также, когда на эти силы накладываются кинетические действия гиростатического типа. Это видно прежде всего из типичной формы уравнений (30) п. 24, которую имеют в этом случае уравнения малых колебаний. Действительно, мы замечаем, что вместе с e_{ik} антисимметричны также и $-e_{ik}$.

Но когда (независимо от гиростатических членов) входят кинетические диссипативные действия (в частности, когда в лагранжеву функцию входят билинейные члены общего типа относительно $\dot{x}$, x), то уравнения движения или соответствующие уравнения малых колебаний, принадлежащие в этом случае к типу уравнений (31) предыдущего пункта, при определенной положительной форме Ψ становятся необратимыми; при этом предположении истинный интерес вопроса будет заключаться уже не в изучении „вечной“ устойчивости *), а только в изучении устойчивости в будущем (п. 16).

После этого замечания рассмотрим ближе, как можно прийти к строгому или, по крайней мере, приближенному решению вопроса об устойчивости, сообразно различным возможным случаям действия сил. Чтобы объединить различные точки зрения, с которых рассматривается проблема соответственно различным предпосылкам, начнем с предположений, схематически наиболее простых, и постепенно будем переходить к более сложным.

Рассмотрим сначала голономную систему, находящуюся под действием только консервативных сил, и предположим, что в конфигурации C^0 соответствующий потенциал допускает действительный максимум, так что в ней существует для системы состояние устойчивого равновесия (как в прошлом, так и в будущем).

---

*) То есть устойчивости в прошлом и в будущем. (*Прим. ред.*)

Но с физической точки зрения такая постановка задачи не может сохранять свою силу неопределенно долго.

Как бы точно ни были осуществлены приспособления, реализующие связи, как бы ни было ослаблено влияние трения при помощи смазки или влияние других диссипативных сил посредством соответствующих устройств, рано или поздно дело кончится тем, что диссипативные действия накопятся и станут заметными. Сам собой возникает вопрос, могут ли в действительности эти диссипативные действия изменить равновесие или, по крайней мере, изменить характер устойчивости.

Легко видеть, что на этот вопрос нужно ответить отрицательно, по крайней мере постольку, поскольку диссипативные действия могут быть схематически представлены способом, указанным в предыдущем пункте. Действительно, заметим, что прежде всего эти малые диссипативные действия, благодаря их линейному характеру относительно $\dot{x}$, исчезают в конфигурации C^0 (т. е. при $x_i = \dot{x}_i = 0$), так что равновесие несомненно сохранится. Что же касается устойчивости, вспомним (предыдущий пункт), что при диссипативных силах теорема живых сил дает

$$dH = -\Psi\, dt,$$

где H есть полная механическая энергия системы, а $-\Psi dt$ — элементарная работа диссипативных сил, которая, как мы видели, благодаря самой физической природе сил, совершающих ее, отрицательна.

Отсюда следует, что для любого элемента времени dt

$$\frac{dH}{dt} \leqslant 0,$$

так что, если обозначим через $H_0 = c_0$ начальное значение H и через $H_0 + c$ значение, относящееся к любому будущему моменту времени $t > t_0$, будем иметь $c < c_0$. Обращаясь теперь к представлению состояний движения в обычном $2n$-мерном пространстве A_{2n} (п. 2) и к рассмотрению поверхностей уровня энергии $H = \mathrm{const}$ (п. 6), мы непосредственно увидим, что изображающая точка P какого-нибудь движения, незначительно возмущенного вначале, будет оставаться неограниченно долго в замкнутой области той гиперповерхности, которой она принадлежала в начальный момент.

Это замечание принадлежит лорду Кельвину[1]), который ввел различие между *обыкновенной устойчивостью*, или, как мы можем

[1]) Вилльям Томсон (лорд Кельвин) родился в Бельфасте (Ирландия) в 1824 г., умер в Глазго в 1907 г., был похоронен в Вестминстерском аббатстве рядом с Ньютоном. Был профессором естествознания в Глазго с 1846 до 1889 г. и членом почти всех академий мира. Идя по стопам Карно и Фурье, он сделался одним из основателей общего учения об энергии. В области электромагнетизма он ввел свой знаменитый метод мнимых, первым углубил понятие о переменном режиме электрического тока; в частности, изучил разряд конденсатора и распространение тока в кабеле. Крупный

сказать, теоретической устойчивостью (т. е. при отсутствии пассивных сопротивлений) и *вековой устойчивостью,* которая сохраняется неизменной также при наложении и накоплении (как это неизбежно происходит в физической действительности) таких диссипативных действий. В этом смысле предыдущее замечание можно сформулировать так: *равновесие, имеющее место при действии консервативных сил в конфигурации действительного максимума для потенциала, обладает также и вековой устойчивостью.*

27. Представим себе далее, что на голономную систему вместе с действующими на нее консервативными силами оказывают влияние кинетические действия *гиростатического типа;* предполагая, что конфигурация $C^0(x_i=\dot{x}_i=0)$ является конфигурацией равновесия, отбросим предположение, что потенциал в ней допускает действительный максимум или, другими словами, что в отсутствие гиростатических (или диссипативных) действий конфигурация C^0 соответствует состоянию устойчивого равновесия.

За отсутствием более точных критериев для состояния равновесия системы в C^0, мы можем разобрать только линейную устойчивость, применяя метод характеристических показателей.

Дифференциальное уравнение малых колебаний будет иметь вид

$$\ddot{x}_i+\sum_{k=1}^{n} e_{ik}\dot{x}_k-\rho_i x_i=0, \tag{30}$$

где матрица $\|e_{ik}\|$ будет антисимметричной; для составления характеристического уравнения, как это было уже разъяснено в п. 22, нет необходимости предварительно приводить дифференциальную систему к первому порядку, а достаточно найти лишь частные решения вида

$$x_i=\lambda_i e^{zt} \qquad (i=1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Подставляя эти решения в уравнения (30) и исключая λ_i, мы придем таким образом к характеристическому уравнению

$$\Delta(z)\equiv|\delta_{ij}(z^2-\rho_i)+e_{ij}z|=0,$$

где полином $\Delta(z)$ степени $2n$ в силу антисимметричного характера величин e_{ij} не отличается от $\Delta(-z)$, так что его можно представить через $f(z^2)$, где f обозначает вполне определенный полином степени n.

экспериментатор, он изобрел ряд технических приборов и измерительных инструментов и принимал деятельное участие в прокладке первого трансатлантического кабеля. С неутомимой энергией работал он во всех областях математического естествознания, продолжил классические результаты в гидродинамике и в геофизике, придумывая механические модели наиболее запутанных явлений и поучительные представления о структуре материи. Его трактат A Treatise on the natural philosophy, написанный в сотрудничестве с Тэтом, содержит много оригинальных и плодотворных идей.

Теперь для линейной устойчивости нашего состояния равновесия необходимо, чтобы все $2n$ корней z полинома $\Delta(z)$ были чисто мнимыми (действительная часть равна нулю), и, следовательно, чтобы все n корней z^2 полинома $f(z^2)$ были отрицательными[1]. Отсюда следует, что произведение этих корней должно иметь знак величины $(-1)^n$. С другой стороны, в силу хорошо известного свойства алгебраических уравнений это произведение (так как в полиноме $f(z^2)$ коэффициент при наивысшей степени равен единице) равно $(-1)^n f(0)$, т. е. $\rho_1\rho_2 \ldots \rho_n$. Поэтому заключаем, что *условие, необходимое* (но, конечно, недостаточное) *для того, чтобы характеристические показатели все были чисто мнимыми и, следовательно, чтобы выполнялось условие линейной устойчивости, заключается в том, чтобы произведение* $(-1)^n \rho_1\rho_2 \ldots \rho_n$ *было положительным;* или, другими словами, чтобы ни один из сомножителей ρ не был нулем и чтобы число отрицательных сомножителей ρ было четным.

Интересно обратить внимание на то обстоятельство, что это условие ни в какой мере не зависит от гиростатических членов; если оно не выполнено, то уже невозможно выполнить его присоединением какого угодно числа гиростатических членов; наоборот, если $(-1)^n \rho_1\rho_2 \ldots \rho_n > 0$, то a priori не исключена возможность, что устойчивость можно обеспечить путем введения кинетических действий гиростатического типа, хотя бы равновесие и не было устойчивым при одних консервативных силах.

Если воспользуемся теперь терминологией, установленной в п. 22, то предыдущее замечание можно высказать в следующей наглядной форме.

Введение гиростатических сил может в некоторых случаях исключить четное число, но ни в коем случае не может исключить нечетного числа степеней неустойчивости.

28. Стабилизация состояния равновесия посредством гиростатических действий. Для лучшего уяснения рассуждений предыдущего пункта рассмотрим наиболее простой из возможных случаев, $n=2$, который осуществляется, в частности, материальной точкой, движущейся в плоскости (под действием консервативной силы). Уравнения малых колебаний, если будем писать x, y вместо x_1, x_2, получат вид

$$\ddot{x} = \rho_1 x, \quad \ddot{y} = \rho_2 y;$$

если величины ρ_1, ρ_2 обе положительны, чем будет удовлетворено условие предыдущего пункта, то мы будем иметь две степени неустойчивости, происходящие, если можно так выразиться, от отталкивательной природы силы как вдоль оси x, так и вдоль оси y.

[1] Действительно, как было отмечено в п. 21, случай, когда $f(z^2)$ допускает нулевой корень, исключен, так как он был бы *двойным* корнем уравнения $\Delta(z)=0$.

Так как речь идет о четном числе степеней неустойчивости, то на основании рассуждений предыдущего пункта не исключена возможность сделать равновесие устойчивым, вводя некоторые гиростатические действия; в этом случае легко убедиться прямым путем, что этого действительно можно достигнуть.

Согласно общей теории, постоянные коэффициенты e_{ij} гиростатических членов здесь сводятся только к одному, так что, положив $e_{12} = -e_{21} = -2\omega$, мы придем к уравнениям

$$\ddot{x} - 2\omega\dot{y} = \rho_1 x, \quad \ddot{y} + 2\omega\dot{x} = \rho_2 y, \tag{32}$$

для которых характеристическое уравнение принимает вид

$$f(z^2) \equiv \begin{vmatrix} z^2 - \rho_1 & -2\omega z \\ 2\omega z & z^2 - \rho_2 \end{vmatrix} \equiv z^4 + (4\omega^2 - \rho_1 - \rho_2) z^2 + \rho_1\rho_2 = 0.$$

Для обеспечения линейной устойчивости достаточно выбрать ω^2 настолько большим, чтобы оба корня z^2 многочлена $f(z^2)$ были отрицательными; а для этой цели требуется, чтобы

$$(4\omega^2 - \rho_1 - \rho_2)^2 - 4\rho_1\rho_2 > 0, \quad 4\omega^2 - \rho_1 - \rho_2 > 0$$

или же

$$2|\omega| > \sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}. \tag{33}$$

В случае центральной отталкивающей силы, например, имеем $\rho_1 = \rho_2 = \rho$; поэтому уравнения (32) благодаря тому, что их можно написать в виде

$$\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2 x = (\rho - \omega^2) x,$$
$$\ddot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2 y = (\rho - \omega^2) y,$$

представятся как уравнения движения точки (с массой, равной единице), отнесенной к осям, вращающимся с угловой скоростью ω, и находящейся под действием силы, являющейся производной от потенциала

$$-\frac{1}{2}(\omega^2 - \rho)(x^2 + y^2).$$

Эта сила при $|\omega| > \sqrt{\rho}$ будет, очевидно, притягивающей, что и дает механически наглядное обоснование заключению, полученному выше формально на основании рассмотрения характеристического уравнения.

29. Временный характер устойчивости, происходящей от гиростатических действий. Здесь нужно, однако, добавить замечание, аналогичное замечанию п. 26: рассмотренный выше случай стабилизации состояния равновесия посредством подходящих гиростатических сил может иметь значение при представлении реального явления только для сравнительно небольшого промежутка времени, потому что при длительном промежутке неизбежно проявятся обычные диссипативные действия.

В этом случае возникает также вопрос, могут ли эти действия влиять на устойчивость равновесия, и ответ будет противоположным тому, который мы имели в предположении устойчивого самого по себе (п. 26) состояния равновесия. Если состояние равновесия, само по себе неустойчивое в строгом смысле, стабилизируется (линейно) гиростатическими действиями, то пассивные сопротивления (линейные в первом приближении относительно лагранжевых скоростей) в конце концов нарушают устойчивость. Другими словами, *устойчивость, обусловленная гиростатическими силами, не имеет более векового характера.*

Не будем останавливаться здесь на общем доказательстве этого правила: оно достаточно разъяснится рассмотрением случая $n=2$, для чего надо обратиться только к предыдущему пункту.

Когда принимаются во внимание пассивные сопротивления, уравнения малых колебаний имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} + \gamma\dot{x} &= \rho_1 x, \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x} + \gamma\dot{y} &= \rho_2 y, \end{aligned} \tag{34}$$

где через γ обозначена положительная постоянная, и поскольку предполагается, что равновесие (неустойчивое само по себе) стабилизируется гиростатически, то ρ_1, ρ_2 должны быть оба положительными и, кроме того, величина $|\omega|$ должна удовлетворять условию (33).

Речь идет о том, чтобы показать, что пассивное сопротивление с составляющими $-\gamma\dot{x}$, $-\gamma\dot{y}$, как бы мала ни была γ, лишь бы она была положительной, приведет к тому, что состояние равновесия $x=y=\dot{x}=\dot{y}=0$ не будет более устойчивым в будущем (даже линейно). На основании теоремы Ляпунова такое обстоятельство будет обеспечено, как только будет доказано, что как бы ни была мала $\gamma>0$, не все корни характеристического уравнения системы (34) будут чисто мнимыми, но между ними найдется по крайней мере один, действительная часть которого будет положительной.

С этой целью составим характеристическое уравнение системы (34), которое, очевидно, будет иметь вид

$$\Delta(z) \equiv \begin{vmatrix} z^2+\gamma z-\rho_1 & -2\omega z \\ 2\omega z & z^2-\gamma z-\rho_2 \end{vmatrix} = 0;$$

заметим, что если мы обозначим его корни через z_i $(i=1, 2, 3, 4)$, то будем иметь

$$z_1 z_2 z_3 z_4 = \rho_1\rho_2 > 0,$$

$$\gamma(\rho_1+\rho_2) = z_1 z_2 z_3 z_4 \left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+\frac{1}{z_3}+\frac{1}{z_4}\right);$$

отсюда, обозначая, как обычно, через $\bar{z}_i$ комплексную величину, сопряженную с z_i ($\bar{z}_i = z_i$, если корень действителен), получим

$$\frac{\gamma(\rho_1+\rho_2)}{\rho_1\rho_2} = \frac{\bar{z}_1}{z_1\bar{z}_1} + \frac{\bar{z}_2}{z_2\bar{z}_2} + \frac{\bar{z}_3}{z_3\bar{z}_3} + \frac{\bar{z}_4}{z_4\bar{z}_4};$$

отсюда непосредственно видно, что z_i не могут иметь все действительную часть, равную нулю, или отрицательную, так как в этом случае действительная часть суммы в правой части была бы нулем или отрицательной, в то время как левая часть является существенно действительной и положительной. Таким образом, оказывается действительно подтвержденным в случае $n=2$ то положение, что гиростатическая устойчивость не имеет векового характера.

Типичным примером, иллюстрирующим только что полученный результат, является так называемый *спящий волчок*, т. е. волчок, который, после того как его привели в весьма быстрое вращательное движение вокруг собственной оси, поставленной вертикально на горизонтальном полу, и предоставили самому себе, кажется неподвижным всякому, кто смотрит на него издали. При отсутствии вращения около собственной оси его состояние равновесия при вертикальном направлении оси будет неустойчивым (если центр тяжести выше точки опоры); когда угловая скорость вращения волчка около оси сделается достаточно большой, его состояние меростатического вращения становится устойчивым (не только в линейном, но даже и в строгом смысле), если в качестве действующей силы рассматривается только сила веса. Но если принять во внимание сопротивление воздуха, то в уравнения малых колебаний войдут диссипативные силы, и мы теоретически найдем, как это и имеет место в действительности, что угловая скорость, хотя и медленно, будет убывать, так что в конце концов волчок упадет. Исчерпывающее объяснение этого явления будет дано в гл. VIII, § 7.

§ 8. Малые колебания около какого-нибудь решения

30. Заметим, наконец, что формальный способ составления уравнений в вариациях можно также приложить к системам уравнений (16), правые части которых зависят от t, и по отношению к какому угодно решению $\bar{\sigma}$ (будет ли оно статическим или нет, будет оно устойчивым или неустойчивым). Мы придем, таким образом, к системе дифференциальных уравнений (18); которые все еще линейны относительно ξ, но, вообще говоря, содержат в коэффициентах явно переменную t. Даже и в этих случаях можно сказать, что эти уравнения определяют *малые колебания около рассматриваемого решения* $\bar{\sigma}$, но при этом подразумевается та оговорка, что если